



AZƏRBAYCAN ELM FONDU

Azərbaycan Elm Fondunun
“Yaşıl dünya naminə həmrəylik ili”nə həsr olunmuş
“Əsas Qrant Müsabiqəsi-2024” ün
(AEF-MGC-2024-2(50)) qalibi olmuş
layihənin yerinə yetirilməsi üzrə aralıq
(rüblük olaraq 1-ci mərhələ)

ELMİ-TEXNİKİ HESABAT

Layihənin adı: **Qrənd Sobolev fəzalarında funksional dərəcəli lövhələrlə bağlı elliptik tənliklərin həlli üçün Qalerkin və Rits üsullarının işlənməsi**

Layihə rəhbərinin soyadı, adı və atasının adı: **Sadıqova Səbinə Rəhib qızı**

Layihənin nömrəsi: **AEF-MGC-2024-2(50)-16/02/1-M-02**

Müqavilənin imzalanma tarixi: **18 oktyabr 2024-cü il**

Qrant layihəsinin yerinə yetirilmə müddəti: **36 ay**

Layihənin icra müddəti (başlama və bitmə tarixi): **01 noyabr 2024-cü il – 31 oktyabr 2027-ci il**

Layihənin **I mərhələ** üzrə (rüb) məbləği:

Hesabatda aşağıdakı məsələlər işıqlandırılmalıdır:

1	Layihənin həyata keçirilməsi üzrə cari rübdə yerinə yetirilmiş elmi işlər Analitik funksiyaların klassik Hardi sinifləri riyaziyyatın harmonik analiz, diferensial tənliklər, yaxınlaşma nəzəriyyəsi, analitik funksiyalar üçün sərhəd məsələləri və bir çox digər sahələrində mühüm rol oynayır. Qeyd etmək lazımdır ki, bəzi həyəcanlanmış eksponent (o cümlədən triqonometrik) sistemlərin müxtəlif Banax funksiyalar fəzalarında bazislik xassələrinin (tamliq, minimallıq, bazislik) isbatında bu siniflərdən istifadə olunur. Uyğun metod Moiseev E.I., Bilalov B.T., Barmenkov A.N., Ponomarev S.M. və başqalarının işlərində işlənilib hazırlanmışdır. Bunun üçün əvvəlcə Riman sərhəd məsələsinin nöterliyi bu siniflərə nəzərən öyrənilmiş, sonra alınan nəticələr uyğun həyəcanlanmış eksponent sisteminin bazisliyinin təyini üçün istifadə edilmişdir. Onların abstrakt ümumiləşmələri müxtəlif mənalarda bir çox müəlliflər tərəfindən verilmişdir. Bu işlərin çoxunda Hilbert fəza halına baxılmışdır. Hesabat dövrü ərzində müəyyən bixətti inikasin doğurduğu t-bazis anlayışı daxil edilmişdir. Vektor qiymətli $L_p(X) =: L_p(J; X), 1 < p < +\infty$, sinfinə baxılmış, burada $J = [-\pi, \pi]$ və X UMD xassəsinə malik Banax fəzasıdır. İsbat olunmuşdur ki, $\{e^{int}\}_{n \in \mathbb{Z}}$ klassik eksponent sistemi $L_p(X), 1 < p < +\infty$, fəzasında t-bazis təşkil edir. Bu faktdan istifadə edərək klassik haldan fərqli olaraq vektor qiymətli Hardi sinifləri təyin olunmuş, bu iki tərifin ekvivalentliyi göstərilmiş və onların bəzi xassələri öyrənilmişdir. Bundan əlavə $L_p(X), 1 < p < +\infty$, fəzasında eksponent sistemin t-Riss xassəsi anlayışı daxil edilmiş və bu sistemin t-Riss
---	---

xassəsinə malik olması isbat edilmişdir.

2

Layihənin həyata keçirilməsi üzrə planda nəzərdə tutulmuş işlərin yerinə yetirilmə dərəcəsi (cari rüb üçün, faizlə qiymətləndirməli)

Cari rüb üçün planda nəzərdə tutulmuş işlər 100% yerinə yetirilmişdir.

3

Hesabat dövründə alınmış **elmi nəticələr**, onların yenilik dərəcəsi

Alınan nəticələrlə bağlı bizə lazım olacaq bəzi faktları daxil edək.

Tutaq ki, $X; Y; Z$ Banax fəzalarıdır və $t: X \times Y \rightarrow Z$

$$\delta \|x\|_X \|y\|_Y \leq \|t(x; y)\|_Z \leq \delta^{-1} \|x\|_X \|y\|_Y, \forall (x; y) \in X \times Y,$$

şərtini ödəyən müəyyən bixətti inikasdır, burada $\delta > 0$ müəyyən ədəddir. Bu cür bixətti inikası biz t -xəritə adlandıracağıq. Bu halda $t(x; y)$ qısa olaraq $xy = t(x; y)$ kimi işarə edəcəyik.

Tutaq ki, $M \subset Y$ müəyyən çoxluqdur. M çoxluğunun t -örtüyünü $L_t[M]$ ilə işarə edəcəyik:

$$L_t[M] = \left\{ z \in Z : \exists \{x_k\}_{k=1}^{n_0} \subset X \ \& \ \exists \{y_k\}_{k=1}^{n_0} \subset M \Rightarrow z = \sum_{k=1}^{n_0} x_k y_k \right\}.$$

Aşağıdakı anlayışları daxil edək.

Əgər $\overline{L_t[\{y_k\}_{k \in N}]} = Z$ olarsa, onda $\{y_k\}_{k \in N} \subset Y$ sistemi Z fəzasında t -tam sistem adlanır (qapanma Z fəzasında götürülür).

Əgər $\forall x: 0 \neq x \in X \ \& \ \forall k_0 \in N$, üçün $xy_{k_0} \notin \overline{L_t[\{y_k\}_{k \neq k_0}]}$ münasibəti ödənirsə, onda $\{y_k\}_{k \in N}$ sistemi Z fəzasında t -minimal sistem adlanır.

$\{(x_n; y_n)\} \subset X \times Y: \sum_n x_n y_n = 0 \Rightarrow \sum_n g(y_n) x_n = 0, \forall g \in Y^*$ olarsa, $(X; Y; Z)$ üçlüyü t_Y -invariant adlanır.

Əgər $T_n(xy_k) = \delta_{nk} x, \forall x \in X, \forall n; k \in N$ olarsa, onda $\{T_n\}_{n \in N} \subset [Z; X]$ operatorlar sistemi $\{y_n\}_{n \in N} \subset Y$ sisteminə t -biortoqonal sistem adlanır.

t -bazis anlayışını təyin edək.

Əgər $\forall z \in Z$ yeganə $\{x_n\}_{n \in N} \subset X$ ardıcılığı varsa ki, $z = \sum_{n \in N} x_n y_n$ münasibəti ödənilsin, onda $\{y_n\}_{n \in N} \subset Y$ sistemi Z fəzasında t -bazis adlanır.

Aşağıdakı t -bazislik meyarı doğrudur.

Teorem. $\{y_n\}_{n \in N} \subset Y$ sistemi aşağıdakı şərtlər ödəndikdə Z fəzasında t -bazis adlanır:

- (i) $\{y_n\}_{n \in N}$ sistemi Z fəzasında t -tam sistemdir;
- (ii) $\{y_n\}_{n \in N}$ sistemi $\{T_n\}_{n \in N} \subset [Z; X]$ yeganə t -biortoqonal sisteminə malikdir;
- (iii) aşağıdakı proyektorlar

$$\|P_n(z)\|_X \leq C \|z\|_Z, \forall n \in N, \forall z \in Z,$$

müntəzəm məhduddur.
Burada

$$P_n(z) = \sum_{k=1}^n T_k(z) y_k,$$

və $C > 0$ – n və z -dən asılı olmayan sabitdir.

UMD (Unconditional Martingale Difference) fəzasının tərifini daxil edək.

Tərif. Əgər hər bir $p \in (1, \infty)$ üçün elə sonlu $\beta \geq 0$ sabiti varsa ki, (p və X den asılı) aşağıdakı şərtlər ödənilir, onda X Banach fəzası UMD xassəsinə malikdir deyəcəyik. $(S; \mathcal{A}; \mu)$ σ -sonlu ölçü fəzasıdır, $\{\mathcal{F}_n\}_{n=0}^N$ σ -sonlu filtrasiya və $\{f_n\}_{n=0}^N$ $L_p(S; X)$ fəzasında sonlu martinqaldır, onda bütün $|\varepsilon_n| = 1$, $n = \overline{1, N}$, skalyarları üçün alırıq:

$$\left\| \sum_{n=1}^N \varepsilon_n df_n \right\|_{L_p(S; X)} \leq \beta \left\| \sum_{n=1}^N df_n \right\|_{L_p(S; X)},$$

burada $df_n = f_n - f_{n-1}$ – martinqal fərqi.

Bu şərt ödəndikdə X fəzası UMD fəzası adlanır.

Hesabat dövründə aşağıdakı elmi nəticələr alınmışdır:

- 1) Periodik Hilbert çevirməsinin məhdud olduğu $L_p((0, 2\pi); X)$, $1 < p < +\infty$, Bochner fəzasına baxılmışdır;
- 2) Periodik Hilbert çevirməsinin məhdud olması şərti daxilində $\{e^{ikt}\}_{k \in \mathbb{Z}}$ eksponent sisteminin doğurduğu $\{L_p^{(k)}(X)\}_{k \in \mathbb{Z}}$ alt fəzalardan ibarət sistemin $L_p((0, 2\pi); X)$ fəzasında bazisliyi isbat edilmişdir;
- 3) Bu sistemin Riss xassəsinə malik olduğu göstərilmişdir;
- 4) Müəyyən $t(\cdot; \cdot)$ bixətti inikasının doğurduğu t -bazis anlayışı daxil edilmişdir;
- 5) Vektor qiymətli $L_p(X) = L_p(J; X)$, $1 \leq p < +\infty$, sinfinə baxılmışdır, burada $J = [-\pi, \pi]$ və X UMD xassəsinə malik Banach fəzasıdır;
- 6) İsbat olunmuşdur ki, klassik eksponent sistemi $\{e^{int}\}_{n \in \mathbb{Z}}$ $L_p(X)$, $1 < p < +\infty$ fəzasında t -bazis təşkil edir;
- 7) Klassik haldan fərqli olaraq vektor qiymətli ${}_n H_p^\pm(X)$, $1 < p < +\infty$, Hardi sinifləri təyin olunmuş, bu siniflərin ekvivalent tərifləri verilmiş və onların bəzi xassələri öyrənilmişdir;
- 8) $L_p(X)$, $1 < p < +\infty$, fəzasında eksponent sistemin t -Riss xassəsi anlayışı daxil edilmiş və bu sistemin t -Riss xassəsinə malik olması isbat edilmişdir.

Hesabat dövründə alınmış bütün nəticələr yenidir.

4 Layihənin yerinə yetirilməsi zamanı istifadə olunan üsul və yanaşmalar

Nəticələrin alınmasında funksional analiz, funksiyalar nəzəriyyəsi, analitik funksiyalar nəzəriyyəsinin sərhəd məsələsi metodu, singular integral operatorlar nəzəriyyəsi, bazislər və

	freymilər nəzəriyyələri metodlarından istifadə edilmişdir
5	Layihə üzrə elmi nəşrlər (məqalələr, monoqrafiyalar, icmalar, konfrans materialları, tezislər) (dərc olunmuş, çapa qəbul olunmuş və çapa göndərilmişləri ayrılıqda qeyd etməklə) <i>(surətlərini əlavə etməli!)</i> Çapa qəbul olunmuş məqalə: 1. Sabina R. Sadigova, On basicity in Bochner space $L_p((-\pi, \pi); X)$ and Riesz property. Trans. Natl. Acad. Sci. Azerb. Ser. Phys.-Tech. Math. Sci. Mathematics, 45 (1), 1-8 (2025). https://trans.imm.az/inpress/4501-04.pdf Çapa göndərilmiş məqalələr: 1. Bilal T. Bilalov, Umit Ildiz, Sabina R. Sadigova and Valid F. Salmanov, On basicity of some trigonometric system in Banach Function Spaces 2. Bilal T. BILALOV, Sabina R. SADIGOVA. The concept of t-basis and vector-valued Hardy classes 3. Telman B. Gasymov, Sabina R. Sadigova, and İlkin Q. Feyzullayev, On the noetherness of one mixed value problem for Laplace equation in the weighted Sobolev space 4. Bilal T. Bilalov, Sabina R. Sadigova, Vector-valued grand Hardy classes. 5. Bilalov B.T.1, Sadigova S.R., Sezer Y., Buyukarslan A. $hp(X)$ Class of X-Valued Harmonic Functions and Applications
6	İxtira və patentlər, səmərələşdirici təkliflər Yoxdur
7	Layihə üzrə əzamiyyətlər Yoxdur
8	Layihə üzrə elmi ekspedisiyalarda iştirak Yoxdur
9	Layihə üzrə digər tədbirlərdə iştirak Yoxdur
10	Layihə mövzusu üzrə elmi məruzələr (seminarlar, konfranslar, dəyirmi masalar və s. çıxışlar) Yoxdur
11	Layihə üzrə əldə olunmuş cihaz, avadanlıq və qurğular, mal və materiallar Yoxdur
12	Yerli həmkarlarla əlaqələr AMEA-nın müxbir üzvü, f.-r.e.d., prof. Bilal Bilalov (Odlar Yurdu Universiteti) r.e.d., dos. Telman Qasimov (Bakı Dövlət Universiteti) r.e.d., dos. Miqdad İsmayilov (Bakı Dövlət Universiteti) r.e.d., dos. Aydın Şükürov (AR ETN Riyaziyyat və Mexanika İnstitutu)

13	Xarici həmkarlarla əlaqələr f.-r.e.n., dos. Leonid Kritskov (Moskva Dövlət Universiteti, Rusiya) Prof., Dr. Lyoubomira Softova (Salerno Universiteti, İtaliya) Doç. Dr. Yonca Sezer (Yıldız Texniki Universiteti, Türkiyə) Ümit İldiz (Yıldız Texniki Universiteti, Türkiyə)
14	Layihə mövzusu üzrə kadr hazırlığı Yoxdur
15	Sərgilərdə iştirak Yoxdur
16	Təcrübəartırmada iştirak və təcrübə mübadiləsi Yoxdur
17	Layihə mövzusu ilə bağlı elmi-kütləvi nəşrlər, kütləvi informasiya vasitələrində çıxışlar, yeni yaradılmış internet səhifələri və s. Yoxdur

Layihə rəhbərinin imzası _____ Sadıqova Səbinə Rahib qızı

Tarix _____

QEYD: bütün hallarda uyğun olan bəndlər doldurulmalıdır.