AZƏRBAYCAN ELM FONDU

Azərbaycan Elm Fondunun

Ümummilli Lider Heydər Əliyevin 100-illik

yubileyinə həsr olunmuş

"Əsas qrant müsabiqəsi-2023" ün

(AEF-MCG-2023-1(43)) qalibi olmuş

layihənin yerinə yetirilməsi üzrə

1 İLLİK ELMİ-TEXNİKİ HESABAT

Layihənin adı: **Qaz dinamikasının və elektrodinamikanın proseslərini modelləşdirən bəzi qeyri-lokal sərhəd məsələlərin korrekt həll olunması**

Layihə rəhbərinin soyadı, adı və atasının adı: **Qasımov Telman Benser oğlu**

Layihənin nömrəsi: **AEF-MCG-2023-1(43)-13/06/1-M-06**

Müqavilənin imzalanma tarixi: **13 noyabr 2023**

Qrant layihəsinin yerinə yetirilmə müddəti: **24 ay**

Layihənin icra müddəti (başlama və bitmə tarixi): **01 dekabr 2023-cü il – 01 dekabr 2025-ci il**

Layihənin 1 il üzrə (rüb) məbləği:

Hesabatda aşağıdakı məsələlər işıqlandırılmalıdır:

1	Layihənin həyata keçirilməsi üzrə 1 il ərzində yerinə yetirilmiş **elmi işlər**
	Hesabat ilinin **1-ci rübündə** aşağıdakı spektral məsələyə baxılmışdır: $$X''(x) + \lambda X(x) = 0, \quad x \in (0,2\pi), \qquad (1)$$ $$X(0) = \alpha_1 X(2\pi), \qquad (2)$$

$$X'(0) = \alpha_2 X'(2\pi), \qquad (3)$$

burada $\alpha_1, \alpha_2 \in \bar{\mathbb{C}}$ (burada $\bar{\mathbb{C}}$ genişləndirilmiş kompleks müstəvidir), beləki $\alpha_1 = \infty$ halında (2) sərhəd şərti $X(2\pi) = 0$, $\alpha_2 = \infty$ halında isə (3) sərhəd şərti $X'(2\pi) = 0$ kimi başa düşülür. $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$, $\alpha_1 = \alpha_2 = \infty$ və $\alpha_1 + \alpha_2 = 0$ halları cırlaşma halları olduğundan (çünki bu hallarda ya məsələnin spektri boş çoxluq, ya da bütün kompleks müstəvi olur), bundan sonra fərz edirik ki, $\alpha_1 + \alpha_2 \neq 0$, $|\alpha_1| + |\alpha_2| \neq 0$, $\frac{1}{|\alpha_1|} + \frac{1}{|\alpha_2|} \neq 0$ şərtləri ödənilir. (1)-(3) spektral məsələsinin məxsusi ədədləri $\lambda_k = \rho_k^2$ ədədləridir, beləki ρ_k ədədləri $\cos\rho = \alpha$ tənliyinin kökləridirlər; burada $\alpha = \frac{1+\alpha_1\alpha_2}{\alpha_1+\alpha_2}$ işarə olunmuşdur. Əgər $\alpha \neq \pm 1$ olarsa, onda (1)-(3) məsələsi Birkhof mənada güclü requlyar olur. Bu halda spektral məsələnin bütün məxsusi ədədləri sadə olub iki seriyadan ibarətdir: $\lambda_k^{\pm} = \left(\rho_k^{\pm}\right)^2$ və

$$\rho_k^{\pm} = k \pm \gamma,$$

şəklindədirlər; burada $\gamma = \frac{1}{2\pi i}\ln_0 \xi$, $\xi = \alpha + \sqrt{\alpha^2 - 1}$ işarə olunmuşdur. Bu məxsusi ədədlərə uyğun məxsusi funksiyalar isə

$$X_k^{\pm}(x) = A\sin\rho_k^{\pm}x + B\cos\rho_k^{\pm}x \qquad (4)$$

şəklindədirlər; burada $A = \alpha_2\sqrt{1-\alpha_1^2}$, $B = \alpha_1\sqrt{\alpha_2^2 - 1}$. Qeyd edək ki, (4) sisteminin $L_2(0,2\pi)$ fəzasında Riss bazisi təşkil etməsi Mixaylov, Keselman, Danford və Şvars [1-3] işlərindən, $L_p(0,2\pi), 1 < p < \infty$, fəzalarında basis təşkil etməsi isə H.E.Benzingerin (The L_p Behavior of Eigenfunction Expansions, Transactions of the American Mathematical Society, Vol. 174 (Dec., 1972), pp. 333-344) işindən alınır. Lakin bəzi xüsusi hallar ($X(0) = X(2\pi) = 0$ və ya $X'(0) = X'(2\pi) = 0$ sərhəd şərtləri ilə verilən hallar) istisna olmaqla bu sistemin çəkili Lebeq, qrənd-Lebeq, Morri-Lebeq kimi fəzalarda bazisliyi tədqiq olunmamışdır. Qeyd edək ki, göstərilən hallar klassik sinus və kosinus sistemlərini əhatə edir.

Əgər $\alpha = \pm 1$ olarsa, onda (1)-(3) məsələsi Birkhof mənada requlyar olur, lakin güclü requlyar olmur. Bununla əlaqədar aşağıdakı mümkün halları qeyd edək:

1) $\alpha_1 \neq 1,\ \alpha_2 = 1$; 2) $\alpha_1 \neq -1,\ \alpha_2 = -1$; 3) $\alpha_1 = 1,\ \alpha_2 \neq 1$;

4) $\alpha_1 = -1,\ \alpha_2 \neq -1$; 5) $\alpha_1 = 1,\ \alpha_2 = 1$; 6) $\alpha_1 = -1,\ \alpha_2 = -1$.

Bunlardan 5) və 6) halları periodik və antiperiodik sərhəd şərtlərinə uyğun gəlir və öz-özünə qoşma məsələ kimi ətraflı öyrənilmişdir.

Digər hallara baxaq. 1)-4) hallarının hər birində $\alpha = 1$ və ya $\alpha = -1$ olur və ona görə də spektral məsələnin bütün λ_k, $k \in N$, məxsusi ədədləri ikiqat, λ_0 isə sadə olur. Məsələn 3)-ün xüsusi halı olan $\alpha_1 = 1$, $\alpha_2 = 0$ halında sərhəd şərtləri

$$X(0) = X(2\pi), \qquad (5)$$

$$X'(0) = 0, \qquad (6)$$

şəklində olur (1),(5),(6) məsələsinə İonkin məsələsi də deyilir. Bu məsələ Birkhofun təsnifatına əsasən requlyardır, lakin güclü requlyar deyil. Məsələnin $\lambda_n = n^2, n \in Z^+$ (burada $Z^+ = \{0\} \cup N$), şəklində məxsusi ədədləri var, belə ki, $\lambda_0 = 0$ məxsusi ədədi sadə, qalan $\lambda_n, n \in N$, məxsusi ədədləri isə hər biri iki tərtibli olub, onların hər birinə bir məxsusi və bir qoşulmuş fuksiya uyğun gəlir:

$$1, x\,sin\,nx\,, cos\,nx,\quad n \in N, \tag{7}$$

Bu halda qoşma funksiyaları elə seçmək lazımdır ki, spektral məsələnin məxsusi və qoşulmuş funksiyalar sistemi baxılan funksional fəzada bazis əmələ gətirsin. (7) sisteminin biortoqonal sistemi

$$\frac{1}{2\pi^2}(2\pi - x), \frac{1}{\pi^2}\,sin\,nx\,, \frac{1}{\pi^2}(2\pi - x)cos\,nx,\quad n \in N, \tag{8}$$

şəklindədir və bu sistem (1) tənliyi və

$$X'(0) = X'(2\pi), \tag{9}$$

$$X(2\pi) = 0, \tag{10}$$

sərhəd şərtləri ilə verilən spektral məsələnin məxsusi və qoşulmuş funksiyalar sistemidir. Qeyd edək ki, (9),(10) sərhəd şərtləri (2),(3) sərhəd şərtlərinin $\alpha_1 = 0,\ \alpha_2 = 1$ halına uyğundur. $\alpha_1 = 1,\ \alpha_2 = \infty$ halında

$$X(0) = X(2\pi), \tag{11}$$

$$X'(2\pi) = 0, \tag{12}$$

sərhəd şərtləri alınır. Bu halda (1),(11),(12) məsələsi dəyişəni əvəz etməklə ($\mathrm{t} = 2\pi - \mathrm{x}$) (1),(5),(6) məsələsinə gətirilir.

Beləliklə layihə çərçivəsində hesabat dövründə (1)-(3) spectral məsələsinə daha ümumi olan və 1)-4) hallarında baxılmışdır. 1) halında spektral məsələnin məxsusi və qoşulmuş funksiyaları sistemi

$$X_0(x) = \frac{1}{1+\alpha_1}\big((1-\alpha_1)x + 2\pi\alpha_1\big),\ X_{2k-1}(x) = \sin kx,\ \ X_{2k}(x) = \frac{1}{1+\alpha_1}\big((1-\alpha_1)x + 2\pi\alpha_1\big)\cos kx \tag{13}$$

şəklində, uyğun biortoqonal sistem isə

$$Y_0(x) = \frac{1}{2\pi^2},\ Y_{2k-1}(x) = \frac{1}{\pi^2(1+\bar{\alpha}_1)}\big((\bar{\alpha}_1 - 1)x + 2\pi\big)\sin kx,\quad Y_{2k}(x) = \frac{1}{\pi^2}\cos kx, \tag{14}$$

şəklindədir. Hesabat dövründə (13) və (14) sistemlərinin $L_2(0,2\pi)$ fəzasında Riss bazisliyi, $L_p(0,2\pi)$ Lebeq və $L_{p,\omega}(0,2\pi)$ çəkili Lebeq fəzalarında bazisliyi tədqiq olunmuşdur.

Hesabat ilinin **2-ci rübündə** aşağıdakı spektral məsələ tədqiq olunmuşdur:

$$-y''(x) = \lambda\omega(x)y(x),\quad x \in (-1,0) \cup (0,1), \tag{15}$$

$$y(-1) = y(1) = 0, \tag{16}$$

$$y(-0) = y(+0),\ y'(-0) = y'(+0), \tag{17}$$

burada $\omega(x) = sgnx$ işarə olunub. $\omega(x)$ dəyişən işarəli funksiya olduğuna görə belə məsələyə indefinit Şturm-Liuvil məsələsi deyilir. Əvvəllər (15)-(17) məsələsi müxtəlif müəlliflərin işlərində tədqiq olunmuş və bu məsələnin çoxsaylı tətbiqləri göstərilmişdir. Bu işlərin nəticələri əsasən $L_2(-1,1)$ fəzasına aiddir və öz-özünə qoşma operatorlar nəzəriyyəsinə əsaslanır. (15)-(17) məsələnin ümumiləşməsi aşağıdakı şəkildə verilən spektral məsələdir

$$-y''(x) = \lambda\omega(x)y(x),\quad x \in (-1,0) \cup (0,1), \tag{18}$$

$$y(-1) = y(1) = 0, \tag{19}$$

$$y(-0) = ay(+0),\ y'(-0) = by'(+0), \tag{20}$$

burada $\omega(x) -$ aşağıdakı şəkildə olan dəyişən işarəli çəki funksiyasıdır:

$$\omega(x) = \begin{cases} -\alpha^2, x \in (-1,0), \\ 1, \quad x \in (0,1), \end{cases}$$

$\alpha > 0$ – verilmiş ədəd, , λ – spektral parametr, a və b – sıfırdan fərqli ixtiyari kompleks ədədlərdir. $a = b = 1$ xüsusi halında (18)-(20) məsələsi Benzingerin işində $L_p(-1,1)$ fəzasında tədqiq olunuş, kompleks dəyişənli funksiyalar nəzəriyyəsinin, habelə qeyri-harmonik Furye sıraları nəzəriyyəsinin metodlarından istifadə edərək yarımtamlıq haqqında və spektral ayrılışların yalnız $L_p(0,1)$ fəzasında yığılması haqqında nəticələr alınmışdır. Mövzu ilə əlaqədar həmçinin G. Freılıng, F.J.Kaufmann (On uniform and L_p -convergence of eigenfunction expansions for indefinite eigenvalue problems, Integral Equations and Operator Theory, Vol. 13 (1990), p.193-215) işini qeyd edək ki, burada indefinit çəki funksiyalı adi diferensial operatorlar tədqiq olunur, requlyar sərhəd şərtləri halında məxsusi ədədlərin asimptotikası tapılır, məxsusi funksiyalar üzrə spektral ayrılışların yığılması öyrənilir. Layihə çərçivəsində bizim məqsədimiz (18)-(20) məsələsinin məxsusi ədədlərinin asimptotikasını tapmaq, məxsusi funksiyaların $L_p(-1,1)$ fəzasında bazislik xassələrini (tamlıq, minimallıq, bazis təşkil etmə xassələrini) öyrənməkdir. Qeyd edək ki, yuxarıda sadalanan işlər (18)-(20) məsələsini əhatə etmir, çünki bu işlərdə qoşma şərtlər olaraq çəki funksiyasının kəsilmə nöqtələrində həll funksiyasının özünün və törəmələrinin kəsilməzliyi şərti götürülür.

Məlumdur ki, (4) tənliyinin $(-1,0)$ intervalında $y_{11}(x) = e^{\alpha\rho x}$, $y_{12}(x) = e^{-\alpha\rho x}$, (0,1) intervalında isə $y_{21}(x) = e^{i\rho x}$, $y_{22}(x) = e^{-i\rho x}$ fundamental həllər sistemi var. Ona görə də (18) tənliyinin ümumi həllini

$$y(x) = \begin{cases} c_{11}y_{11}(x) + c_{12}y_{12}(x), & x \in (-1,0) \\ c_{21}y_{21}(x) + c_{22}y_{22}(x), & x \in (0,1) \end{cases}$$

şəklində axtarırıq. c_{ik} sabitlərini elə seçirik ki, $y(x)$ funksiyası $(19) - (20)$ sərhəd şərtlərini ödəsin. Onda c_{ik} sabitlərini tapmaq üçün aşağıdakı bircins cəbri tənliklər sistemini alarıq:

$$\left.\begin{array}{c} c_{11}U_{\nu 1}(y_{11}) + c_{12}U_{\nu 1}(y_{12}) + c_{21}U_{\nu 2}(y_{21}) + c_{22}U_{\nu 2}(y_{22}) = 0, \\ \nu = 1,2,3,4. \end{array}\right\}$$

Məlumdur ki, $\lambda = \rho^2$ ədədi o zaman və yalnız o zaman (18)-(20) spektral məsələsinin məxsusi ədədi olar ki $\Delta(\rho) = det\|U_{\nu i}(y_{ik})\|_{\nu=\overline{1,4};i,k=1,2}$ xarakteristik determinantı sıfra bərabər olsun. Beləliklə, ρ aşağıdakı tənliyin həlli olmalıdır:

$$\Delta(\rho) = 4i\rho\Delta_0(\rho) = 0,$$

burada $\Delta_0(\rho) = \alpha a \sin\rho \; ch\alpha\rho + b \cos\rho \; sh\alpha\rho$ işarə edilmişdir. Kompleks ρ -müstəvini aşağıdakı sektorlara bölək:

$$S_k = \left\{\rho = re^{i\theta} : \frac{(k-1)\pi}{2} \le \theta \le \frac{k\pi}{2}\right\}, k = 0,1,2,3.$$

Həmçinin Q_δ ilə ρ -müstəvisindən radiusları δ olan və mərkəzləri $\Delta(\rho)$ funksiyasının sıfırlarında yerləşən dairələri atmaqla alınan oblastı işarə edək. $\Delta(\rho)$ funksiyasının sıfırlarının asimptotikası tapılmış və Q_δ oblastının xaricində bu funksiya üçün aşağıdan qiymətləndirmə alınmışdır.

Məxsusi funksiyaların tamlığı və minimallığını tədqiq etmək üçün məsələnin Qrin funksiyası qurulmuşdur:

$$G_{ik}(x,\xi,\rho)=\frac{1}{\Delta(\rho)}H_{ik}(x,\xi,\rho), i,k=1,2,$$

$$H_{ik}(x,\xi,\rho)=\begin{vmatrix}\delta_{ik}g_k(x,\xi) & \delta_{i1}y_{11}(x) & \delta_{i1}y_{12}(x) & \delta_{i2}y_{21}(x) & \delta_{i2}y_{22}(x)\\ U_{\nu k}(g_k)(\xi) & U_{\nu 1}(y_{11}) & U_{\nu 1}(y_{12}) & U_{\nu 2}(y_{21}) & U_{\nu 2}(y_{22})\\ \nu=1,2,3,4, & & & & \end{vmatrix},$$

δ_{ik} Kroneker simvoludur. $I_1=(-1,0)$, $I_2=(0,1)$ işarə edək və tutaq ki, $\chi_1(x)$, $\chi_2(x)$ uyğun olaraq bu intervalların xarakteristik funksiyalarıdır. (18)-(20) məsələsinin Qrin funksiyasını aşağıdakı kimi təyin edilir:

$$G(x,\xi,\rho)=\sum_{i,k=1}^{2}\chi_i(x)\chi_k(\xi)G_{ik}(x,\xi,\rho).$$

Onda (4)-(6) məsələsinin doğurduğu operatorun rezolventi

$$y(x)=\int_{-1}^{1}G(x,\xi,\rho)f(\xi)d\xi$$

şəklində göstərilə bilər. Bu göstərişlərdən və xarakteristik determinantın qiymətləndirməsindən istifadə edərək (18)-(20) məsələsinin məxsusi funksiyalar sisteminin $L_p(-1,1)$ fəzasında tamlığı və minimallığı haqqında teorem isbat olunmuşdur. Çəki funksiyası Makenhaupt sinfindən olduqda mövcud daxilolma teoremlərindən istifadə edərək buradan alırıq ki, məxsusi funksiyalar sistemi həm də $L_{p,\nu(\cdot)}(-1,1)$ çəkili Lebeq fəzasında tam və minimaldır.

Daha sonra məxsusi funksiyaların asiptotikası tapılır. Asimptotik düsturlar (-1,0) və (0,1) intervallarında ayrılıqda verilir. Asimptotikanın baş hissələrinin ifadəsi onların $L_p(-1,0)$ və $L_p(0,1)$ fəzalarında bazisliyini tədqiq etməyə imkan verir. Banax fəzalarının düz cəmində bazis qurma metodlarından istifadə edərək və sonra isə Banax fəzasında bazislərin dayanıqlılığı haqqında teoremləri tətbiq edərək spektral məsələnin məxsusi funksiyaları sisteminin $L_p(-1,1)$ Lebeq və $L_{p,\nu(\cdot)}(-1,1)$ çəkili Lebeq fəzalarında bazisliyi haqqında teoremlər isbat olunmuşdur.

Hesabat dövründə həmçinin kəsilmə nöqtəsinə malik ikinci tərtib diferensial operator üçün aşağıdakı spectral məsələyə baxılmışdır:

$$y''(x)+\lambda y(x)=0, \quad x\in\left(0,\tfrac{1}{3}\right)\cup\left(\tfrac{1}{3},1\right), \tag{21}$$

$$y'(0)=y'(1)=0, \tag{22}$$

$$y\left(\tfrac{1}{3}-0\right)=y\left(\tfrac{1}{3}+0\right),\ y'\left(\tfrac{1}{3}-0\right)-y'\left(\tfrac{1}{3}+0\right)=\lambda m y\left(\tfrac{1}{3}\right), \tag{23}$$

burada λ spektral parametr, m isə sıfırdan fərqli kompleks ədəddir. Belə spektral məsələ yüklənmiş və ucları sərbəst buraxılmış simin rəqsləri məsələsini dəyişənlərinə ayırma metodu ilə həll edərkən meydana gəlir. Məsələnin həllini əsaslandırmaq üçün (21)-(23) spektral məsələsinin məxsusi və qoşulmuş funksiyaları sisteminin müxtəlif funksional fəzalarda bazislik xassələrinin öyrənilməsi tələb olunur. Hesabat dövründə bu spektral məsələnin məxsusi ədədlərinin və məxsusi funksiyalarının asimototikası tapılmış, məxsusi funksiyalar sisteminin $L_p(0,1) \oplus C$ və $L_p(0,1)$ Lebeq fəzalarında, həmçinin $M_p^\alpha(0,1) \oplus C$ və $M_p^\alpha(0,1)$ Morri tip fəzalarda bazisliyi haqqında teoremlər isbat olunmuşdur.

Hesabat ilinin **3-cü rübündə** Laplas tənliyi üçün aşağıdakı sərhəd məsələsinə baxılmışdır:

$$u_{xx} + u_{yy} = 0,\ \ 0 < x < 2\pi,\ \ 0 < y < h, \tag{24}$$
$$u(0,y) = u(2\pi,y),\ u_x(0,y) = 0,\ \ 0 < y < h, \tag{25}$$
$$u(x,0) = f(x),\ \ 0 < x < 2\pi, \tag{26}$$
$$u(x,h) = \varphi(x),\ \ 0 < x < 2\pi. \tag{27}$$

Bu məsələ qeyri-lokal sərhəd məsələsidir və lokal sərhəd şərtləri ilə verilən məsələlərdən fərqli xüsusiyyətlərə malikdir. Cari rübdə (24)-(27) sərhəd məsələsinin güclü və zəif həllolunanlığı çəkili Sobolev, qrənd-Sobolev və Morri-Sobolev fəzalarında öyrənilir.

Çəkili Sobolev fəzası aşağıdakı kimi daxil edilmişdir: tutaq ki, $\nu: [0,2\pi] \to (0,+\infty)$ hər hansı çəki funksiyasıdır və $\Pi = (0,2\pi) \times (0,h)$. $L_{p,\nu,1}(\Pi)$ ilə aşağıdakı qarışıq normanın doğurduğu Banax fəzasını işarə edək:

$$\|f\|_{L_{p,\nu,1}(\Pi)} = \int_0^h \left(\int_0^{2\pi} |f(x,y)|^p \nu(x)dx\right)^{\frac{1}{p}} dy. \tag{28}$$

$\|u\|_{W_{p,\nu}^k(\Pi)} = \sum_{|\alpha|\le k} \|\partial^\alpha u\|_{L_{p,\nu}(\Pi)}$ normasının doğurduğu Sobolev fəzasını $W_{p,\nu,1}^k(\Pi)$ kimi işarə edək. $\nu(x)$ çəki funksiyası $A_p(I)$ Makenhoupt sinfindən götürülür. Dəyişənlərinə ayırma metodu (24)-(27) məsələsini

$$X''(x) + \lambda X(x) = 0, \quad x \in (0,2\pi), \tag{29}$$
$$X(0) = X(2\pi), \tag{30}$$
$$X'(0) = 0, \tag{31}$$

spektral məsələsinə gətirir. Bu spektral məsələnin məxsusi və qoşulmuş funksiyaları

$$1, x\sin nx, \cos nx,\ \ n \in N, \tag{32}$$

şəklində, onun biortoqonal sistemi isə

$$\frac{1}{2\pi^2}(2\pi - x), \frac{1}{\pi^2}\sin nx, \frac{1}{\pi^2}(2\pi - x)\cos nx,\ \ n \in N, \tag{33}$$

şəklindədir. Layihənin 1-ci mərhələsində (32) və (33) sistemlərinin $L_{p,\nu,1}(0,2\pi), 1 < p < \infty$, çəkili Lebeq fəzalarında bazisliyi haqqında teorem isbat edilmşdir. Bu teoremə əsaslanaraq (24)-(27) qeyri-lokal sərhəd məsələsinin çəkili Sobolev fəzalarından olan güclü və zəif həllərinin varlığı və yeganələyi haqqında teoremlər isbat olunmuş, həmçinin həllin məsələnin verilənlərindən kəsilməz asılılığını ifadə edən qiymətləndirmələr alınmışdır.

(24)-(27) sərhəd məsələsi həmçinin qrənd-Sobolev fəzasında da tədqiq olunmuşdur. Bu fəzanı daxil edək: tutaq ki, $\Pi = (0,2\pi) \times (0,h)$. $L_{p),1}(\Pi)$ ilə Π düzbucaqlısında ölçülən funksiyalar çoxobrazlısında

$$\|f\|_{L_{p),1}(\Pi)} = \sup_{0<\varepsilon<p-1} \int_0^h \left(\varepsilon \int_0^{2\pi} |f(x;y)|^{p-\varepsilon} dx\right)^{\frac{1}{p-\varepsilon}} dy, 1 < p < +\infty, \tag{34}$$

qarışıq norması ilə verilən Banax fəzasını işarə edək. Uyğun olaraq $W_{p),1}^2(\Pi)$ ilə

$$\|u\|_{W_{p),1}^2(\Pi)} = \sum_{|\alpha|\le 2} \|\partial^\alpha u\|_{L_{p),1}(\Pi)}. \tag{35}$$

normasının doğurduğu qrənd-Sobolev fəzasını işarə edək. Analoji olaraq $I = (0,2\pi)$ intervalında $L_{p)}(I)$ grənd-Lebeq fəzası

$$\|f\|_{L_{p)}(I)} = \sup_{0<\varepsilon<p-1} \left(\varepsilon \int_I |f(x)|^{p-\varepsilon} dx\right)^{\frac{1}{p-\varepsilon}} \tag{36}$$

norması ilə, uyğun $W^2_{p)}(I)$ qrənd-Sobolev fəzası isə

$$\|f\|_{W^2_{p)}(I)} = \|f\|_{L_{p)}(I)} + \|f'\|_{L_{p)}(I)} + \|f''\|_{L_{p)}(I)} \qquad (37)$$

norması ilə daxil edilir. Bu fəzalar separabel olmayan fəzalardır. Sərhəd məsələlərini bu fəzalarda tədqiq etmək üçün sürüşmə operatorunun bu fəzalarda doğurduğu separabel altfəzalar daxil edilir. (24)-(27) qeyri-lokal sərhəd məsələsinin qrənd-Sobolev fəzasının separabel altfəzalarından olan güclü və zəif həllərinin varlığı və yeganələyi haqqında teoremlər isbat olunmuşdur.

Daha sonra (24)-(27) sərhəd məsələsi Morri-Lebeq fəzasında tədqiq olunur. $\Pi = (0,2\pi) \times (0,h)$ düzbucaqlısında $L^{\alpha}_{p,1}(\Pi), 0 \le \alpha \le 1, 1 < p < \infty$, Morri-Lebeq fəzası aşağıdakı qarışıq norma ilə təyin olunur:

$$\|f\|_{L^{\alpha}_{p,1}(\Pi)} = \sup_{J \subset I} \int_0^h \left(\frac{1}{|J|^{1-\alpha}} \int_J \ |f(x,y)|^p dx \right)^{\frac{1}{p}} dy, \qquad (38)$$

burada supremum bütün mümkün $J \subset I$ intervallar üzrə götürülür. Analoji olaraq uyğun $W^2_{p,1,\alpha}(\Pi)$ Morri-Sobolev fəzası, $L^{\alpha}_p(I)$, $W^2_{p,\alpha}(I)$ fəzaları və onların separabel altfəzaları daxil edilir. (24)-(27) qeyri-lokal sərhəd məsələsinin Morri-Sobolev fəzasının separabel altfəzalarından olan güclü və zəif həllərinin varlığı və yeganələyi haqqında teoremlər isbat olunmuşdur.

Hesabat ilinin **4-cü rübündə** cırlaşan elliptik tənlik üçün aşağıdakı qeyri-lokal sərhəd məsələsinə baxılmışdır:

$$y^m u_{xx} + u_{yy} = 0, \ m > -2, \ 0 < x < 2\pi, \ 0 < y < h, \qquad (39)$$

$$u(0,y) = u(2\pi, y), \ u_x(0,y) = 0, \ 0 < y < h, \qquad (40)$$

$$u(x,0) = f(x), \ 0 < x < 2\pi, \qquad (41)$$

$$u(x,h) = \varphi(x), \ 0 < x < 2\pi. \qquad (42)$$

(39)-(42) qeyri-lokal sərhəd məsələsinin çəkili Sobolev fəzasında, həmçinin (34) norması ilə təyin olunan qrənd-Lebeq və (38) norması ilə təyin olunan Morri-Lebeq fəzalarının doğurduğu Sobolev fəzalarında güclü və zəif həllərinin varlığı və yeganəliyi haqqında teoremlər isbat olunmuşdur.

2	Layihənin həyata keçirilməsi üzrə planda nəzərdə tutulmuş işlərin yerinə yetirilmə dərəcəsi (cari rüb üçün, faizlə qiymətləndirməli)
	Cari rüb üçün planda nəzərdə tutulmuş işlər 100% yerinə yetirilmişdir.
3	Hesabat dövründə alınmış **elmi nəticələr**, onların yenilik dərəcəsi
	Hesabat dövründə aşağıdakı elmi nəticələr alınmışdır: 1) (2),(3) sərhəd şərtlərinin Birkhof mənada requlyarlığını (o cümlədən güclü və güclü olmayan) təmin edən α_1, α_2 əmsallarının bütün mümkün qiymətləri tapılmışdır;

2) (1)-(3) spectral məsələsinin məxsusi və qoşulmuş funksiyaları sisteminin $L_p(0,2\pi), 1 < p < \infty$, Lebeq fəzalarında və Makenhaupt şərtini ödəyən ümumi çəki funksiyalı $L_{p,\nu}(0,2\pi), 1 < p < \infty$, çəkili Lebeq fəzalarında tamlığı, minimallığı və bazisliyi haqqında teoremlər isbat olunmuşdur. Bu bölmədə əsas nəticə olaraq aşağıdakı teoremi qeyd edə bilərik.

Teorem 1. Tutaq ki, (1)-(3) spektral məsələsinin α_1, α_2 əmsalları 1)-4) şərtlərindən birini ödəyir. Onda spektral məsələnin məxsusi və qoşulmuş funksiyalar sistemi $L_p(0,2\pi), 1 < p < \infty$, Lebeq və $L_{p,\nu}(0,2\pi), 1 < p < \infty$, çəkili Lebeq fəzalarında bazis əmələ gətirir.

3) (1)-(3) spectral məsələsinin məxsusi və qoşulmuş funksiyaları sistemi üzrə biortoqonal ayrılışın müntəzəm yığılması və bu sıranın hədbəhəd diferensiallanmasını təmin edən kafi şərtlər haqqında teoremlər isbat olunmuşdur. Bu bölmədə əsas nəticə olaraq aşağıdakı teoremi qeyd edə bilərik.

Teorem 2. Tutaq ki, $f(x)$ funksiyası $W_p^1(0,1)$ sinfinə daxildir və (2) sərhəd şərtini ödəyir. Onda bu funksiyanın (1)-(3) spektral məsələsinin məxsusi və qoşulmuş funksiyaları üzrə biortoqonal ayrılışı bu funksiyaya müntəzəm yığılır. Əgər $f(x)$ funksiyası $W_p^2(0,1)$ sinfinə daxil olub (2) və (3) sərhəd şərtlərini ödəyərsə, onda bu funksiyanın (1)-(3) spektral məsələsinin məxsusi və qoşulmuş funksiyaları üzrə biortoqonal ayrılış sırasını hədbəhəd diferensiallamaq olar və diferensiallanmadan alınan sıra müntəzəm yığılacaq.

4) (15)-(17) spektral məsələsinin məxsusi ədədlərinin və məxsusi funksiyalarının asimptotikası tapılmış, xəttiləşdirici operatorun rezolventi qurulmuş və rezolventin spektral parametrə nəzərən qiymətləndirməsi alınmış, xəttiləşdirici operatorun məxsusi və qoşulmuş vektorları sisteminin $L_p(0,1) \oplus C$ fəzalarında tamlığı, minimallığı və bazisliyi haqqında teoremlər isbat olunmuşdur. Bu bölmədə əsas nəticə olaraq aşağıdakı teoremi qeyd edə bilərik.

Teorem 3. (15)-(17) spektral məsələsinin xəttiləşdirici operatorunun məxsusi və qoşulmuş vektorları sistemi $L_p(0,1) \oplus C, 1 < p < \infty$, fəzalarında bazis əmələ gətirir. Əgər (15)-(17) spektral məsələsinin $\{y_0\} \cup \{y_{i,n}\}_{i=1,2;n\in Z^+}$ məxsusi və qoşulmuş funksiyaları sistemindən hər hansı məxsusi funksiyanı atsaq, onda alınan sistem $L_p(0,1), 1 < p < \infty$, fəzasında bazis təşkil edər. $p = 2$ halında bu sistemlər $L_2(0,1)$ fəzasında Riss bazisi olar.

5) (18)-(20) spektral məsələsinin məxsusi ədədlərinin asimptotikası tapılmış, kompleks müstəvinin müəyyən sektorlarında xarakteristik determinantın aşağıdan qiymətləndirilməsi alınmışdır. Bu bölmədə əsas nəticə olaraq aşağıdakı teoremi qeyd edə bilərik.

Teorem 4. (18)-(20) spektral məsələsinin $\Delta(\rho)$ xarakteristik determinantı aşağıdakı xassələrə malikdir:

i) elə M_δ müsbət ədədi var ki, $S_k \cap Q_\delta$ oblastında kifayət qədər böyük $|\rho|$ üçün

$$|\Delta(\rho)| \geq M_\delta |\rho| e^{\pm r\sin\theta} e^{\pm \alpha\cos\theta}$$

bərabərsizliyi ödənir; burada M_δ sabiti ρ -dan asılı olmayıb, yalnız $\delta > 0$ ədədindən asılıdır; bundan başqa eksponentlərin üstündəki işarələr S_k sektorundan asılı olaraq belə seçilir: $\rho \in S_0$ olduqda “+”, “+”; $\rho \in S_1$ olduqda “+”, “-”; $\rho \in S_2$ olduqda “-”, “-”; $\rho \in S_3$ olduqda “-”, “+”.

ii) $\Delta(\rho)$ funksiyasının sıfırları asimptotik olaraq sadədirlər və aşağıdakı şəkildə asimptotikaya malikdirlər:

$$\rho_{1n} = \pi n - \gamma + O(e^{-2\pi n\alpha}), n \to \infty,$$
$$\rho_{2n} = -\frac{i}{\alpha}\left(\pi n + \gamma + \frac{\pi}{2} + O(e^{-\alpha\pi n})\right), n \to \infty.$$

6) (18)-(20) məsələsinin Qrin funksiyası qurulmuş, kompleks müstəvinin müəyyən oblastında Qrin funksiyasının qiymətləndirilməsi alınmışdır. Bu bölmənin əsas nəticəsi aşağıdakı teoremdir.

Teorem 5. (18)-(20) məsələsinin Qrin funksiyasının $G_{ik}(x,\xi,\rho)$, $i,k=1,2$, komponentləri üçün Q_δ oblastında $|\rho|$ -nun kifayət qədər böyük qiymətlərində $x \in \dot{I}_i$, $\xi \in \dot{I}_k$ dəyişənlərinə nəzərən müntəzəm olaraq

$$|G_{ik}(x,\xi,\rho)| \le \frac{C_\delta}{|\rho|}$$

bərabərsizliyi ödənir; burada C_δ müsbət ədədi ρ -dan asılı olmayıb yalnız δ –dan asılıdır.

7) (18)-(20) spektral məsələsinin məxsusi və qoşulmuş funksiyaları sisteminin $L_p(-1,1)$ Lebeq fəzasında və çəki funksiyası Makenhaupt sinfindən olduqda $L_{p,\nu(\cdot)}(-1,1)$ çəkili Lebeq fəzasında tamlığı və minimallığı tədqiq olunmuşdur. Bu bölmədə əsas nəticə aşağıdakı teoremdir.

Teorem 6. (18)-(20) spektral məsələsinin məxsusi və qoşulmuş funksiyaları sistemi $L_p(-1,1), 1 \le p < \infty$, Lebeq və $L_{p,\nu(\cdot)}(-1,1), 1 \le p < \infty$, çəkili Lebeq fəzalarında tam və minimaldır.

8) (18)-(20) spektral məsələsinin məxsusi funksiyaları sistemin $L_p(-1,1)$ Lebeq və $L_{p,\nu(\cdot)}(-1,1)$ çəkili Lebeq fəzalarında bazis təşkil etməsi isbat olunmuşdur. Bu fakt aşağıdakı teoremdə ifadə olunmuşdur.

Teorem 7. (18)-(20) spektral məsələsinin məxsusi və qoşulmuş funksiyaları sistemi $L_p(-1,1), 1 < p < \infty$, Lebeq və $L_{p,\nu(\cdot)}(-1,1), 1 < p < \infty$, çəkili Lebeq fəzalarında bazis təşkil edir. Əlavə olaraq bu sistem $L_2(-1,1)$ fəzası halında Riss bazisi olur.

9) (21)-(23) spektral məsələsinin xəttiləşdirici operatorun məxsusi və qoşulmuş vektorları sisteminin $M_p^\alpha(0,1) \oplus \mathbb{C}$ Morri tip fəzalarda tamlığı, minimallığı və bazisliyi haqqında teoremlər isbat olunmuşdur. Bu bölmədə əsas nəticə olaraq aşağıdakı teoremi qeyd edə bilərik.

Teorem 8. (21)-(23) spektral məsələsinin xəttiləşdirici operatorunun məxsusi və qoşulmuş vektorları sistemi $M_p^\alpha(0,1) \oplus \mathbb{C}, 1 < p < \infty$, fəzalarında bazis əmələ gətirir. Əgər (21)-(23) spektral məsələsinin $\{y_0\} \cup \{y_{i,n}\}_{i=1,2;n\in Z^+}$ məxsusi və qoşulmuş funksiyaları sistemindən hər hansı məxsusi funksiyanı atsaq, onda alınan sistem $M_p^\alpha(0,1), 1 < p < \infty$, fəzasında bazis təşkil edər.

10) Tutaq ki, $L_{p,\nu,1}(\Pi)$ çəkili Lebeq fəzası (28) norması ilə verilir və $\nu(x)$ çəki funksiyası $A_p(I)$ Makenhoupt sinfinə daxildir. Onda aşağıdakı teoremlər doğrudur.

Teorem 9. Tutaq ki, (26) və (27) sərhəd şərtlərinə daxil olan $f(x)$ və $\varphi(x)$ funksiyaları $W_{p,\nu,1}^2(I)$ sinfinə daxildirlər və (30), (31) sərhəd şərtlərini ödəyirlər. Onda (24)-(27) sərhəd məsələsinin $W_{p,\nu,1}^2(\Pi)$ sinfindən olan yeganə $u(x,y)$ güclü həlli var və bu həll üçün aşağıdakı qiymətləndirmə doğrudur:

$$\|u\|_{W_{p,\nu,1}^2(\Pi)} \le c\left(\|f\|_{W_{p,\nu}^2(I)} + \|\varphi\|_{W_{p,\nu}^2(I)}\right),$$

burada c sabiti $u(x,y)$, $f(x)$ və $\varphi(x)$ funksiyalarından asılı deyil.

Teorem 10. Tutaq ki, (26) və (27) sərhəd şərtlərinə daxil olan $f(x)$ və $\varphi(x)$ funksiyaları $W_{p,\nu}^1(I)$ sinfinə daxildirlər və (30) sərhəd şərtini ödəyirlər. Onda (24)-(27) sərhəd məsələsinin $W_{p,\nu,1}^1(\Pi)$ sinfindən olan yeganə $u(x,y)$ zəif həlli var.

11) Tutaq ki, $L_{p),1}(\Pi)$ qrənd-Lebeq fəzası (34) norması ilə, uyğun $W_{p),1}^2(\Pi)$ qrənd-Sobolev fəzası (35) norması ilə, $L_{p)}(I)$ və $W_{p)}^2(I)$ fəzaları isə uyğun olaraq (36), (37) normaları ilə təyin olunmuşlar. $G_{p)}(I)$, $GW_{p)}^2(\Pi)$ və $GW_{p)}^2(I)$ ilə sürüşmə operatorunun bu fəzalarda doğurduğu separabel altfəzaları işarə edək. Aşağıdakı teoremlər isbat olunmuşdur.

Teorem 11. (29)-(31) spektral məsələsinin (32) məxsusi və qoşulmuş funksiyaları sistemi $G_{p)}(I), 1 < p < \infty$, fəzasında bazis əmələ gətirir. Analoji təklif (33) sistemi üçün də doğrudur.

Teorem 12. Tutaq ki, (26) və (27) sərhəd şərtlərinə daxil olan $f(x)$ və $\varphi(x)$ funksiyaları $GW_{p)}^2(I)$ qrənd-Sobolev sinfinə daxildirlər və (30), (31) sərhəd şərtlərini ödəyirlər. Onda (24)-(27) sərhəd məsələsinin $GW_{p),1}^2(\Pi)$ qrənd-Sobolev sinfindən olan yeganə $u(x,y)$ güclü həlli var və bu həll üçün aşağıdakı qiymətləndirmə doğrudur:

$$\|u\|_{W_{p),1}^2(\Pi)} \le c\left(\|f\|_{W_{p)}^2(I)} + \|\varphi\|_{W_{p)}^2(I)}\right),$$

burada c sabiti $u(x,y)$, $f(x)$ və $\varphi(x)$ funksiyalarından asılı deyil.

Teorem 13. Tutaq ki, (26) və (27) sərhəd şərtlərinə daxil olan $f(x)$ və $\varphi(x)$ funksiyaları $GW_{p)}^1(I)$ sinfinə daxildirlər və (30) sərhəd şərtini ödəyirlər. Onda (24)-(27) sərhəd məsələsinin $GW_{p),1}^1(\Pi)$ sinfindən olan yeganə $u(x,y)$ zəif həlli var.

12) Tutaq ki, $L_{p,1}^{\alpha}(\Pi), 0 < \alpha < 1, 1 < p < \infty$, Morri-Lebeq fəzası (15) norması ilə verilmişdir, $W_{p,1,\alpha}^2(\Pi)$ uyğun Morri-Sobolev fəzası, onların $I = (0; 2\pi)$ intervalında analoqları isə $L_p^{\alpha}(I)$ və $W_{p,\alpha}^2(I)$ fəzalarıdır. Sürüşmə operatorunun bu fəzalarda doğurduğu separabel altfəzaları uyğun olaraq $M_{p,1}^{\alpha}(\Pi)$, $M_{p,1,\alpha}^2(\Pi)$, $M_p^{\alpha}(I)$və $M_{p,\alpha}^2(I)$ ilə işarə edək. Aşağıdakı teoremlər isbat olunmuşdur.

Teorem 14. (29)-(31) spektral məsələsinin (32) məxsusi və qoşulmuş funksiyaları sistemi $M_p^{\alpha}(I), 0 < \alpha < 1, 1 < p < \infty$, fəzasında bazis əmələ gətirir. Analoji təklif (33) sistemi üçün də doğrudur.

Teorem 15. Tutaq ki, (26) və (27) sərhəd şərtlərinə daxil olan $f(x)$ və $\varphi(x)$ funksiyaları $M_{p,\alpha}^2(I)$ Morri-Sobolev sinfinə daxildirlər və (30), (31) sərhəd şərtlərini ödəyirlər. Onda (24)-(27) sərhəd məsələsinin $M_{p,\alpha}^2(\Pi)$ Morri-Sobolev sinfindən olan yeganə $u(x,y)$ güclü həlli var və bu həll üçün aşağıdakı qiymətləndirmə doğrudur:

$$\|u\|_{W_{p,1,\alpha}^2(\Pi)} \le c\left(\|f\|_{W_{p,\alpha}^2(I)} + \|\varphi\|_{W_{p,\alpha}^2(I)}\right),$$

burada c sabiti $u(x,y)$, $f(x)$ və $\varphi(x)$ funksiyalarından asılı deyil.

Teorem 16. Tutaq ki, (26) və (27) sərhəd şərtlərinə daxil olan $f(x)$ və $\varphi(x)$ funksiyaları $M_{p,\alpha}^1(I)$ sinfinə daxildirlər və (30) sərhəd şərtini ödəyirlər. Onda (24)-(27) sərhəd məsələsinin $M_{p,1,\alpha}^1(\Pi)$ sinfindən olan yeganə $u(x,y)$ zəif həlli var.

13) (39)-(42) sərhəd məsələsinə $L_{p,\nu,1}(\Pi)$ çəkili Lebeq fəzasında baxılmışdır və aşağıdakı teorem isbat olunmuşdur:

Teorem 17. Tutaq ki, (41) və (42) sərhəd şərtlərinə daxil olan $f(x)$ və $\varphi(x)$ funksiyaları $W_{p,\nu,1}^2(I)$ sinfinə daxildirlər və (30), (31) sərhəd şərtlərini ödəyirlər. Onda (39)-(42) sərhəd məsələsinin $W_{p,\nu,1}^2(\Pi)$ sinfindən olan yeganə $u(x,y)$ güclü həlli var və bu həll üçün aşağıdakı qiymətləndirmə doğrudur:

$$\|u\|_{W_{p,\nu,1}^2(\Pi)} \le c\left(\|f\|_{W_{p,\nu}^2(I)} + \|\varphi\|_{W_{p,\nu}^2(I)}\right),$$

burada c sabiti $u(x,y)$, $f(x)$ və $\varphi(x)$ funksiyalarından asılı deyil.

14) (39)-(42) sərhəd məsələsinə $L_{p),1}(\Pi)$ qrənd-Lebeq fəzasında baxılmışdır və aşağıdakı teorem isbat olunmuşdur:

Teorem 18. Tutaq ki, (41) və (42) sərhəd şərtlərinə daxil olan $f(x)$ və $\varphi(x)$ funksiyaları $GW_{p)}^2(I)$ qrənd-

Sobolev sinfinə daxildirlər və (30), (31) sərhəd şərtlərini ödəyirlər. Onda (39)-(42) sərhəd məsələsinin $GW_{p),1}^2(\Pi)$ qrənd-Sobolev sinfindən olan yeganə $u(x,y)$ güclü həlli var və bu həll üçün aşağıdakı qiymətləndirmə doğrudur:

$$\|u\|_{W_{p),1}^2(\Pi)} \le c\left(\|f\|_{W_{p)}^2(I)} + \|\varphi\|_{W_{p)}^2(I)}\right),$$

burada c sabiti $u(x,y)$, $f(x)$ və $\varphi(x)$ funksiyalarından asılı deyil.

15) (39)-(42) sərhəd məsələsinə $L_{p,1}^{\alpha}(\Pi), 0 < \alpha < 1, 1 < p < \infty$, Morri-Lebeq fəzasında baxılmışdır və aşağıdakı teorem isbat olunmuşdur:

Teorem 19. Tutaq ki, (41) və (42) sərhəd şərtlərinə daxil olan $f(x)$ və $\varphi(x)$ funksiyaları $M_{p,\alpha}^2(I)$ Morri-Sobolev sinfinə daxildirlər və (30), (31) sərhəd şərtlərini ödəyirlər. Onda (39)-(42) sərhəd məsələsinin $M_{p,\alpha}^2(\Pi)$ Morri-Sobolev sinfindən olan yeganə $u(x,y)$ güclü həlli var və bu həll üçün aşağıdakı qiymətləndirmə doğrudur:

$$\|u\|_{W_{p,1,\alpha}^2(\Pi)} \le c\left(\|f\|_{W_{p,\alpha}^2(I)} + \|\varphi\|_{W_{p,\alpha}^2(I)}\right),$$

burada c sabiti $u(x,y)$, $f(x)$ və $\varphi(x)$ funksiyalarından asılı deyil.

4 Layihənin yerinə yetirilməsi zamanı istifadə olunan üsul və yanaşmalar

Layihənin yerinə yetirilməsi zamanı həqiqi və kompleks dəyişənli funksiyalar nəzəriyyəsinin, funksional analizin, diferensial operatorların spektral nəzəriyyəsinin metodlarından istifadə olunmuşdur. Adi diferensial operatorların məxsusi funksiyalar sisteminin bazislik xassələrini tədqiq edərkən həm rezolvent metodundan, həm də Banax fəzasında bazislərin həyəcanlanması haqqında teoremlərdən istifadə olunmuşdur. Kəsilən və indefinit diferensial operatorların məxsusi funksiyalar sisteminin tamlığı və minimallığını isbat edərkən rezolvent metodundan, bazisliyini isbat edərkən həm Banax fəzalarının düz cəmində bazis yaratma metodlarından, həm də Banax fəzasında bazislərin dayanıqlığı haqqında teoremlərdən istifadə olunmuşdur. Xüsusi törəməli diferensial operator üçün qeyri-lokal sərhəd məsələsinin həllolunanlığını tədqiq edərkən spektral nəzəriyyənin metodlarından istifadə olunmuşdur. Laplas tənliyi üçün qoyulmuş qeyri-lokal sərhəd məsələsini həll edərkən Furye metodu tətbiq olunmuş, uyğun spektral məsələnin məxsusi və qoşulmuş funksiyalar sisteminin bazislik xassələrindən və Hausdorf-Yunq tip bərabərsizliklərdən istifadə edilmişdir.

5 Layihə üzrə elmi nəşrlər (məqalələr, monoqrafiyalar, icmallar, konfrans materialları, tezislər) (dərc olunmuş, çapa qəbul olunmuş və çapa göndərilmişləri ayrılıqda qeyd etməklə) *(surətlərini əlavə etməli!)*

Dərc olunmuş elmi işlər:

1) Telman Gasymov, Baharchin Akhmadli, Ümit Ildiz, On strong solvability of one nonlocal boundary value problem for Laplace equation in rectangle. Turk. J. Math. (2024) 48: 21 – 33. doi:10.55730/1300-0098.3489

https://journals.tubitak.gov.tr/cgi/viewcontent.cgi?article=3487&context=math

2) Gasymov Telman, Akhmedov Alirza. On basicity of eigenfunctions of a spectral problem in $L_p \oplus C$ and L_p spaces. Baku State University Journal of Mathematics & Computer Sciences 2024, v. 1 (1), p. 37-51.

http://bsuj.bsu.edu.az/en/journal/mathematics-and-computer-sciences

3)T.B. Gasymov, A.Q. Akhmedov, R.J. Taghiyeva. On Basicity of Eigenfunctions of One Spectral Problem with the Discontinuity Point in Morrey-Lebesgue Spaces. Caspian Journal of Applied Mathematics, Ecology and Economics, 2023, vol.11, No 2, p.42-53.

https://cjamee.org/wp-content/uploads/2024/05/V11i2_5.pdf

4) Qasımov Telman Benser oğlu, Tağıyeva Reyhan Calal qızı, İbrahimli Katya İbrahim qızı, İnteqral sərhəd şərtli bir diferensial operatorun spektral xassələri. Azərbaycan xalqının Ümummilli Lideri Heydər Əliyevin anadan olmasının 100 illik yubileyinə həsr olunmuş "Diferensial və inteqral operatorlar" mövzusunda RESPUBLİKA ELMİ KONFRANSI. 7-8 Dekabr, BAKI – 2023, s.95.

https://bdu.info.az/storage/files/68/2023%20Konfrans%20%20-100%20illik.pdf

5) Gasymov Telman Benser, Akhmedov Alirza Qadir, On the basis property in $Lp(0,1)$ eigenfunctions of a second-order differential operator with a discontinuity point. Azərbaycan xalqının Ümummilli Lideri Heydər Əliyevin anadan olmasının 100 illik yubileyinə həsr olunmuş "Diferensial və inteqral operatorlar" mövzusunda RESPUBLİKA ELMİ KONFRANSI. 7-8 Dekabr, BAKI – 2023, s.156-158.

https://bdu.info.az/storage/files/68/2023%20Konfrans%20%20-100%20illik.pdf

6) T.B. Gasymov, B.Q. Akhmadli. On Strong Solvability of One Nonlocal Boundary Value Problem for Laplace Equation in Grand Sobolev Space in Rectangle. Caspian Journal of Applied Mathematics, Ecology and Economics V. 12, No 1, 2024, p.3-15. http://cjamee.org/wp-content/uploads/2024/08/1.pdf

7) Reyhan J. Taghiyeva. Eigenvalues and eigenfunctions of a differential operator with integral boundary conditions. Baku State University Journal of Mathematics & Computer Sciences 2024, v 1 (2), p. 68-79. http://bsuj.bsu.edu.az/en/journal/mathematics-and-computer-sciences

8) Telman Gasymov and Baharchin Akhmedli. On the strong solvability of a nonlocal boundary value problem for the Poisson's equation in a rectangular. 7th International HYBRID Conference on Mathematical Advances and Applications. May 8-11, 2024, İstanbul /TÜRKİYE. P.55. https://2024.icomaas.com/wp-content/uploads/2024/07/ICOMAA-2024-ABSTRACT-BOOK.pdf

9) T.B. Gasymov, B.Q. Akhmadli. On the strong solvability of a nonlocal boundary value problem for the Poisson's equation in a rectangular. Abstracts of the XI International Conference "Modern Problems of Mathematics and Mechanics" dedicated to the memory of a genius Azerbaijani scientist and thinker Nasiraddin Tusi. July 03-06, 2024 Baku / Azerbaijan. P. 111-113. https://mpmm.imm.az/pages/abstracts

Çapa göndərilmiş elmi işlər:

1) T.B. Gasymov, S.R. Sadigova, I. Feyzullayev. On the Noetherness of one mixed value problem for Laplace equation in the weighted Sobolev space.

2) B.T. Bilalov, S.R. Sadigova, T.B. Gasymov. On solvability of one boundary value problem for X-valued Laplace equation.

6	İxtira və patentlər, səmərələşdirici təkliflər
	yoxdur
7	Layihə üzrə ezamiyyətlər
	yoxdur
8	Layihə üzrə elmi ekspedisiyalarda iştirak
	yoxdur
9	Layihə üzrə digər tədbirlərdə iştirak
	yoxdur
10	Layihə mövzusu üzrə elmi məruzələr (seminarlar, konfranslar, dəyirmi masalar və s. çıxışlar)
	Layihə mövzusu üzrə Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun ümuminstitut seminarında; Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun "Qeyri harmonik analiz" şöbəsinin seminarında; BDU-nun mexanika-riyaziyyat fakültəsinin seminarında; BDU-nun "Funksiyalar nəzəriyyəsi və funksional analiz" kafedrasının seminarında; Azərbaycan xalqının Ümummilli Lideri Heydər Əliyevin anadan olmasının 100 illik yubileyinə həsr olunmuş "Diferensial və inteqral operatorlar" mövzusunda RESPUBLİKA ELMİ KONFRANSINDA; "International conference on mathematical advances and applications" (ICOMAA2024, May 8-11, 2024, Yildiz Technical University, Turkey, www.icomaas.com) BEYNƏLXALQ ELMİ KONFRANSINDA; Azərbaycan xalqının Ümummilli Lideri Heydər Əliyevin anadan olmasının 101 illik yubileyinə həsr olunmuş "Riyaziyyat, mexanika və informasiya texnologiyalarının müasir məsələləri"(Bakı, 02-03 May 2024) mövzusunda RESPUBLİKA ELMİ KONFRANSINDA; "Riyaziyyat və Mexanikanın Müasir Problemləri" Dahi Azərbaycan alimi və mütəfəkkiri Nəsirəddin Tusinin xatirəsinə həsr olunmuş XI Beynəlxalq Konfransda məruzələr edilmişdir.
11	Layihə üzrə əldə olunmuş cihaz, avadanlıq və qurğular, mal və materiallar
	yoxdur
12	Yerli həmkarlarla əlaqələr
	AMEA-nın müxbir üzvü, f.-r.e.d., prof. Bilal Bilalov (AR ETN Riyaziyyat və Mexanika İnstitutu) f.-r.e.d., prof. Fərman Məmmədov (AR ETN Riyaziyyat və Mexanika İnstitutu) f.-r.e.d., prof. Nigar Aslanova (Azərbaycan Memarlıq və İnşaat Universiteti) f.-r.e.d., prof. Nizaməddin İsgəndərov (Bakı Dövlət Universiteti) f.-r.e.d., prof. Yaşar Mehrəliyev (Bakı Dövlət Universiteti) r.e.d., dos. Miqdad İsmayılov (Bakı Dövlət Universiteti)

	r.e.d., dos. Aydın Şükürov (AR ETN Riyaziyyat və Mexanika İnstitutu) r.f.d. Əli Hüseynli (Xəzər Universiteti)
13	Xarici həmkarlarla əlaqələr
	Rusiya Elmlər Akademiyasının müxbir üzvü, f.-r.e.d., prof. Andrey Şkalikov (Moskva Dövlət Universiteti, Rusiya) Başqırdstan Respublikası Elmlər Akademiyasının müxbir üzvü, f.-r.e.d., prof. Kamil Sabitov (Sterlitamak Dövlət Pedaqoji Akademiyası, Rusiya) f-r.e.n., dos. Leonid Kritskov (Moskva Dövlət Universiteti, Rusiya) f.-r.e.d., prof. Xanlar Məmmədov (İğdır Universiteti, Türkiyə) f.-r.e.d., prof. Mənsur İsmayılov (Qəbzə Texniki Universiteti, Türkiyə) f.-r.e.d., prof. Rauf Əmirov (Sivas Cumhuriyet Üniversiteti, Türkiyə) Ümit İldiz (Yildiz Texniki Universiteti, Türkiyə)
14	Layihə mövzusu üzrə kadr hazırlığı
	Layihə mövzusu üzrə Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun və BDU-nun doktorant və magistrləri elmi tədqiqatlara cəlb edilmiş, onlar üçün həftədə bir dəfə olmaqla elmi seminar təşkil olunmuşdur.
15	Sərgilərdə iştirak
	yoxdur
16	Təcrübəartırmada iştirak və təcrübə mübadiləsi
	yoxdur
17	Layihə mövzusu ilə bağlı elmi-kütləvi nəşrlər, kütləvi informasiya vasitələrində çıxışlar, yeni yaradılmış internet səhifələri və s.
	yoxdur

Layihə rəhbərinin imzası ____________________ Qasımov Telman Benser oğlu

Tarix ____________________

QEYD: bütün hallarda uyğun olan bəndlər doldurulmalıdır.