



## AZƏRBAYCAN ELM FONDU

Azərbaycan Elm Fondunun  
Ümummilli Lider Heydər Əliyevin 100-illik  
yubileyinə həsr olunmuş  
“Əsas qrant müsabiqəsi-2023” ün  
(AEF-MCG-2023-1(43)) qalibi olmuş  
layihənin yerinə yetirilməsi üzrə aralıq  
(rüblük olaraq 3-cü mərhələ)

### ELMİ-TEXNİKİ HESABAT

Layihənin adı: **Qaz dinamikasının və elektrodinamikanın proseslərini modelləşdirən bəzi qeyri-lokal sərhəd məsələlərin korrekt həll olunması**

Layihə rəhbərinin soyadı, adı və atasının adı: **Qasimov Telman Benser oğlu**

Layihənin nömrəsi: **AEF-MCG-2023-1(43)-13/06/1-M-06**

Müqavilənin imzalanma tarixi: **13 noyabr 2023**

Qrant layihəsinin yerinə yetirilmə müddəti: **24 ay**

Layihənin icra müddəti (başlama və bitmə tarixi): **01 dekabr 2023-cü il – 01 dekabr 2025-ci il**

*Layihənin III mərhələ üzrə (rüb) məbləği:*

Hesabatda aşağıdakı məsələlər işıqlandırılmalıdır:

#### 1 Layihənin həyata keçirilməsi üzrə cari rübdə yerinə yetirilmiş **elmi işlər**

Laplas tənliyi üçün aşağıdakı sərhəd məsələsinə baxaq:

$$u_{xx} + u_{yy} = 0, \quad 0 < x < 2\pi, \quad 0 < y < h, \quad (1)$$

$$u(0, y) = u(2\pi, y), \quad u_x(0, y) = 0, \quad 0 < y < h, \quad (2)$$

$$u(x, 0) = f(x), \quad 0 < x < 2\pi, \quad (3)$$

$$u(x, h) = \varphi(x), \quad 0 < x < 2\pi. \quad (4)$$

Bu məsələ qeyri-lokal sərhəd məsələsidir və lokal sərhəd şərtləri ilə verilən məsələlərdən fərqli xüsusiyyətlərə malikdir. Cari rübdə (1)-(4) sərhəd məsələsinin güclü və zəif həllolunanlığı çəkili Sobolev, qrənd-Sobolev və Morri-Sobolev fəzalarında öyrənilir.

Çəkili Sobolev fəzası aşağıdakı kimi daxil edilmişdir: tutaq ki,  $v: [0, 2\pi] \rightarrow (0, +\infty)$  hər hansı çəki funksiyasıdır və  $\Pi = (0, 2\pi) \times (0, h)$ .  $L_{p,v}(\Pi)$  ilə aşağıdakı qarışıq normanın doğurduğu Banax fəzasını işarə edək:

$$\|f\|_{L_{p,v}(\Pi)} = \int_0^h \left( \int_0^{2\pi} |f(x, y)|^p v(x) dx \right)^{\frac{1}{p}} dy. \quad (5)$$

$\|u\|_{W_{p,v}^k(\Pi)} = \sum_{|\alpha| \leq k} \|\partial^\alpha u\|_{L_{p,v}(\Pi)}$  normasının doğurduğu Sobolev fəzasını  $W_{p,v}^k(\Pi)$  kimi işarə edək.  $v(x)$  çəkili funksiyası  $A_p(I)$  Makenhopt sinfindən götürülür. Dəyişənlərinə ayırma metodu (1)-(4) məsələsini

$$X''(x) + \lambda X(x) = 0, \quad x \in (0, 2\pi), \quad (6)$$

$$X(0) = X(2\pi), \quad (7)$$

$$X'(0) = 0, \quad (8)$$

spektral məsələsinə gətirir. Bu spektral məsələnin məxsusi və qoşulmuş funksiyaları

$$1, x \sin nx, \cos nx, \quad n \in N, \quad (9)$$

şəklində, onun biortoqonal sistemi isə

$$\frac{1}{2\pi^2} (2\pi - x), \frac{1}{\pi^2} \sin nx, \frac{1}{\pi^2} (2\pi - x) \cos nx, \quad n \in N, \quad (10)$$

şəklindədir. Layihənin 1-ci mərhələsində (9) və (10) sistemlərinin  $L_{p,\nu}(0, 2\pi)$ ,  $1 < p < \infty$ , çəkili Lebeq fəzalarında bazisliyi haqqında teorem isbat edilmişdir. Bu teoremə əsaslanaraq (1)-(4) qeyri-lokal sərhəd məsələsinin çəkili Sobolev fəzalarından olan güclü və zəif həllərinin varlığı və yeganələri haqqında teoremlər isbat olunmuş, həmçinin həllin məsələnin verilənlərindən kəsilməz asılılığını ifadə edən qiymətləndirmələr alınmışdır.

(1)-(4) sərhəd məsələsi həmçinin qrənd-Sobolev fəzasında da tədqiq olunmuşdur. Bu fəzanı daxil edək: tutaq ki,  $\Pi = (0, 2\pi) \times (0, h)$ .  $L_p(\Pi)$  ilə  $\Pi$  düzbucaqlısında ölçülən funksiyalar çoxobrazlısında

$$\|f\|_{L_p(\Pi)} = \sup_{0 < \varepsilon < p-1} \int_0^h \left( \varepsilon \int_0^{2\pi} |f(x; y)|^{p-\varepsilon} dx \right)^{\frac{1}{p-\varepsilon}} dy, \quad 1 < p < +\infty, \quad (11)$$

qarışıq norması ilə verilən Banax fəzasını işarə edək. Uyğun olaraq  $W_p^2(\Pi)$  ilə

$$\|u\|_{W_p^2(\Pi)} = \sum_{|\alpha| \leq 2} \|\partial^\alpha u\|_{L_p(\Pi)}. \quad (12)$$

normasının doğurduğu qrənd-Sobolev fəzasını işarə edək. Analoji olaraq  $I = (0, 2\pi)$  intervalında  $L_p(I)$  grənd-Lebeq fəzası

$$\|f\|_{L_p(I)} = \sup_{0 < \varepsilon < p-1} \left( \varepsilon \int_I |f(x)|^{p-\varepsilon} dx \right)^{\frac{1}{p-\varepsilon}} \quad (13)$$

norması ilə, uyğun  $W_p^2(I)$  qrənd-Sobolev fəzası isə

$$\|f\|_{W_p^2(I)} = \|f\|_{L_p(I)} + \|f'\|_{L_p(I)} + \|f''\|_{L_p(I)} \quad (14)$$

norması ilə daxil edilir. Bu fəzalar separabel olmayan fəzalardır. Sərhəd məsələlərini bu fəzalarda tədqiq etmək üçün sürüşmə operatorunun bu fəzalarda doğurduğu separabel altfəzalar daxil edilir. (1)-(4) qeyri-lokal sərhəd məsələsinin qrənd-Sobolev fəzasının separabel altfəzalarından olan güclü və zəif həllərinin varlığı və yeganələri haqqında teoremlər isbat olunmuşdur.

Daha sonra (1)-(4) sərhəd məsələsi Morri-Lebeq fəzasında tədqiq olunur.  $\Pi = (0, 2\pi) \times (0, h)$  düzbucaqlısında  $L_p^\alpha(\Pi)$ ,  $0 \leq \alpha \leq 1$ ,  $1 < p < \infty$ , Morri-Lebeq fəzası aşağıdakı qarışıq norma ilə təyin olunur:

$$\|f\|_{L_p^\alpha(\Pi)} = \sup_{J \subset I} \int_0^h \left( \frac{1}{|J|^{1-\alpha}} \int_J |f(x, y)|^p dx \right)^{\frac{1}{p}} dy, \quad (15)$$

Burada supremum bütün mümkün  $J \subset I$  intervalları üzrə götürülür. Analoji olaraq uyğun  $W_{p,\alpha}^2(\Pi)$

Morri-Sobolev fəzası,  $L_p^\alpha(I)$ ,  $W_{p,\alpha}^2(I)$  fəzaları və onların separabel altfəzaları daxil edilir. (1)-(4) qeyri-lokal sərhəd məsələsinin Morri-Sobolev fəzasının separabel altfəzalarından olan güclü və zəif həllərinin varlığı və yeganəliyi haqqında teoremlər isbat olunmuşdur.

2

Layihənin həyata keçirilməsi üzrə planda nəzərdə tutulmuş işlərin yerinə yetirilmə dərəcəsi (cari rüb üçün, faizlə qiymətləndirməli)

Cari rüb üçün planda nəzərdə tutulmuş işlər 100% yerinə yetirilmişdir.

3

Hesabat dövründə alınmış **elmi nəticələr**, onların yenilik dərəcəsi

Hesabat dövründə aşağıdakı elmi nəticələr alınmışdır:

1) Tutaq ki,  $L_{p,\nu}(\Pi)$  çəkili Lebeq fəzası (5) norması ilə verilir və  $\nu(x)$  çəki funksiyası  $A_p(I)$  Makenhopt sinfinə daxildir. Onda aşağıdakı teoremlər doğrudur.

**Teorem 1.** Tutaq ki, (3) və (4) sərhəd şərtlərinə daxil olan  $f(x)$  və  $\varphi(x)$  funksiyaları  $W_{p,\nu}^2(I)$  sinfinə daxildirlər və (7), (8) sərhəd şərtlərini ödəyirlər. Onda (1)-(4) sərhəd məsələsinin  $W_{p,\nu}^2(\Pi)$  sinfindən olan yeganə  $u(x, y)$  güclü həlli var və bu həll üçün aşağıdakı qiymətləndirmə doğrudur:

$$\|u\|_{W_{p,\nu}^2(\Pi)} \leq c \left( \|f\|_{W_{p,\nu}^2(I)} + \|\varphi\|_{W_{p,\nu}^2(I)} \right),$$

burada  $c$  sabiti  $u(x, y)$ ,  $f(x)$  və  $\varphi(x)$  funksiyalarından asılı deyil.

**Teorem 2.** Tutaq ki, (3) və (4) sərhəd şərtlərinə daxil olan  $f(x)$  və  $\varphi(x)$  funksiyaları  $W_{p,\nu}^1(I)$  sinfinə daxildirlər və (7) sərhəd şərtlərini ödəyirlər. Onda (1)-(4) sərhəd məsələsinin  $W_{p,\nu}^1(\Pi)$  sinfindən olan yeganə  $u(x, y)$  zəif həlli var.

2) Tutaq ki,  $L_p(\Pi)$  qrənd-Lebeq fəzası (11) norması ilə, uyğun  $W_p^2(\Pi)$  qrənd-Sobolev fəzası (12) norması ilə,  $L_p(I)$  və  $W_p^2(I)$  fəzaları isə uyğun olaraq (13), (14) normaları ilə təyin olunmuşlar.  $G_p(I)$ ,  $GW_p^2(\Pi)$  və  $GW_p^2(I)$  ilə sürüşmə operatorunun bu fəzalarda doğurduğu separabel altfəzaları işarə edək. Aşağıdakı teoremlər isbat olunmuşdur.

**Teorem 3.** (6)-(8) spektral məsələsinin (9) məxsusi və qoşulmuş funksiyaları sistemi  $G_p(I)$ ,  $1 < p < \infty$ , fəzasında bazis əmələ gətirir. Analoji təklif (10) sistemi üçün də doğrudur.

**Teorem 4.** Tutaq ki, (3) və (4) sərhəd şərtlərinə daxil olan  $f(x)$  və  $\varphi(x)$  funksiyaları  $GW_p^2(I)$  qrənd-Sobolev sinfinə daxildirlər və (7), (8) sərhəd şərtlərini ödəyirlər. Onda (1)-(4) sərhəd məsələsinin  $GW_p^2(\Pi)$  qrənd-Sobolev sinfindən olan yeganə  $u(x, y)$  güclü həlli var və bu həll üçün aşağıdakı qiymətləndirmə doğrudur:

$$\|u\|_{W_p^2(\Pi)} \leq c \left( \|f\|_{W_p^2(I)} + \|\varphi\|_{W_p^2(I)} \right),$$

burada  $c$  sabiti  $u(x, y)$ ,  $f(x)$  və  $\varphi(x)$  funksiyalarından asılı deyil.

**Teorem 5.** Tutaq ki, (3) və (4) sərhəd şərtlərinə daxil olan  $f(x)$  və  $\varphi(x)$  funksiyaları  $GW_p^1(I)$  sinfinə daxildirlər və (7) sərhəd şərtlərini ödəyirlər. Onda (1)-(4) sərhəd məsələsinin  $GW_p^1(\Pi)$  sinfindən olan yeganə  $u(x, y)$  zəif həlli var.

3) Tutaq ki,  $L_p^\alpha(\Pi)$ ,  $0 < \alpha < 1$ ,  $1 < p < \infty$ , Morri-Lebeq fəzası (15) norması ilə verilmişdir,  $W_{p,\alpha}^2(\Pi)$  uyğun Morri-Sobolev fəzası, onların  $I = (0; 2\pi)$  intervalında analoqları isə  $L_p^\alpha(I)$  və  $W_{p,\alpha}^2(I)$  fəzalarıdır. Sürüşmə operatorunun bu fəzalarda doğurduğu separabel altfəzaları uyğun olaraq  $M_p^\alpha(\Pi)$ ,  $M_{p,\alpha}^2(\Pi)$ ,  $M_p^\alpha(I)$  və  $M_{p,\alpha}^2(I)$  ilə işarə edək. Aşağıdakı teoremlər isbat olunmuşdur.

**Teorem 6.** (6)-(8) spektral məsələsinin (9) məxsusi və qoşulmuş funksiyaları sistemi  $M_p^\alpha(I)$ ,  $0 < \alpha < 1$ ,  $1 < p < \infty$ , fəzasında bazis əmələ gətirir. Analoji təklif (10) sistemi üçün də doğrudur.

**Teorem 7.** Tutaq ki, (3) və (4) sərhəd şərtlərinə daxil olan  $f(x)$  və  $\varphi(x)$  funksiyaları  $M_{p,\alpha}^2(I)$  Morri-Sobolev sinfinə daxildirlər və (7), (8) sərhəd şərtlərini ödəyirlər. Onda (1)-(4) sərhəd məsələsinin  $M_{p,\alpha}^2(\Pi)$

Morri-Sobolev sinfindən olan yeganə  $u(x, y)$  güclü həlli var və bu həll üçün aşağıdakı qiymətləndirmə doğrudur:

$$\|u\|_{W_{p,\alpha}^2(\Pi)} \leq c \left( \|f\|_{W_{p,\alpha}^2(I)} + \|\varphi\|_{W_{p,\alpha}^2(I)} \right),$$

burada  $c$  sabiti  $u(x, y)$ ,  $f(x)$  və  $\varphi(x)$  funksiyalarından asılı deyil.

**Teorem 8.** Tutaq ki, (3) və (4) sərhəd şərtlərinə daxil olan  $f(x)$  və  $\varphi(x)$  funksiyaları  $M_{p,\alpha}^1(I)$  sinfinə daxildirlər və (7) sərhəd şərtlərini ödəyirlər. Onda (1)-(4) sərhəd məsələsinin  $M_{p,\alpha}^2(\Pi)$  sinfindən olan yeganə  $u(x, y)$  zəif həlli var.

Hesabat dövründə alınmış bütün nəticələr yenidir.

#### 4 Layihənin yerinə yetirilməsi zamanı istifadə olunan üsul və yanaşmalar

Layihənin yerinə yetirilməsi zamanı həqiqi və kompleks dəyişənli funksiyalar nəzəriyyəsinin, funksional analiz, diferensial operatorların spektral nəzəriyyəsinin metodlarından istifadə olunmuşdur. Xüsusən məxsusi funksiyalar sisteminin müxtəlif funksional fəzalarda bazislik xassələrini tədqiq edərkən həm rezolvent metodundan, həm də Banax fəzasında bazislərin həyəcanlanması haqqında teoremlərdən istifadə olunmuşdur. Laplas tənliyi üçün qoyulmuş qeyri-lokal sərhəd məsələsini həll edərkən Furiye metodu tətbiq olunmuş, uyğun spektral məsələnin məxsusi və qoşulmuş funksiyalar sisteminin bazislik xassələrindən istifadə edilmişdir.

#### 5 Layihə üzrə elmi nəşrlər (məqalələr, monoqrafiyalar, icmalar, konfrans materialları, tezislər) (dərç olunmuş, çapa qəbul olunmuş və çapa göndərilmişləri ayrılıqda qeyd etməklə) *(surətlərini əlavə etməli!)*

##### **Dərç olunmuş elmi işlər:**

- 1) T.B. Gasymov, B.Q. Akhmadli. On Strong Solvability of One Nonlocal Boundary Value Problem for Laplace Equation in Grand Sobolev Space in Rectangle. Caspian Journal of Applied Mathematics, Ecology and Economics V. 12, No 1, 2024, p.3-15. <http://cjamee.org/wp-content/uploads/2024/08/1.pdf>
- 2) Reyhan J. Taghiyeva. Eigenvalues and eigenfunctions of a differential operator with integral boundary conditions. Baku State University Journal of Mathematics & Computer Sciences 2024, v 1 (2), p. 68-79. <http://bsuj.bsu.edu.az/en/journal/mathematics-and-computer-sciences>
- 3) Telman Gasymov and Baharchin Akhmedli. On the strong solvability of a nonlocal boundary value problem for the Poisson's equation in a rectangular. 7th International HYBRID Conference on Mathematical Advances and Applications May 8-11, 2024, İstanbul /TÜRKİYE. P.55. <https://2024.icomaas.com/wp-content/uploads/2024/07/ICOMAA-2024-ABSTRACT-BOOK.pdf>
- 4) T.B. Gasymov, B.Q. Akhmadli. On the strong solvability of a nonlocal boundary value problem for the Poisson's equation in a rectangular. Abstracts of the XI International Conference "Modern Problems of Mathematics and Mechanics" dedicated to the memory of a genius Azerbaijani scientist and thinker Nasiraddin Tusi. July 03-06, 2024 Baku / Azerbaijan. P. 111-113. <https://mpmm.imm.az/pages/abstracts>

##### **Çapa göndərilmiş elmi işlər:**

- 1) T.B. Gasymov, S.R. Sadigova, I. Feyzullayev. On the Noetherness of one mixed value problem for Laplace equation in the weighted Sobolev space.
- 2) B.T. Bilalov, S.R. Sadigova, T.B. Gasymov. On solvability of one boundary value problem for X-valued Laplace equation.



6	İxtira və patentlər, səmərələşdirici təkliflər
	Yoxdur
7	Layihə üzrə ezamiyyətlər
	Yoxdur
8	Layihə üzrə elmi ekspedisiyalarda iştirak
	Yoxdur
9	Layihə üzrə digər tədbirlərdə iştirak
	Yoxdur
10	Layihə mövzusu üzrə elmi məruzələr (seminarlar, konfranslar, dəyirmi masalar və s. çıxışlar)
	<p>Layihə mövzusu üzrə Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun ümuminstitut seminarında;  Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun “Qeyri harmonik analiz” şöbəsinin seminarında;  BDU-nun Mexanika-riyaziyyat fakültəsinin seminarında;  BDU-nun “Funksiyalar nəzəriyyəsi və funksional analiz” kafedrasının seminarında;</p> <p>“International conference on mathematical advances and applications” (ICOMAA2024, May 8-11, 2024, Yıldız Technical University, Turkey, <a href="http://www.icomaas.com">www.icomaas.com</a>) Beynəlxalq Elmi Konfransında;  Azərbaycan xalqının Ümummilli Lideri Heydər Əliyevin anadan olmasının 101 illik yubileyinə həsr olunmuş “Riyaziyyat, mexanika və informasiya texnologiyalarının müasir məsələləri”(Bakı, 02-03 May 2024) mövzusunda Respublika Elmi Konfransında;  “Riyaziyyat və Mexanikanın Müasir Problemləri” Dahi Azərbaycan alimi və mütəfəkkiri Nəsirəddin Tusinin xatirəsinə həsr olunmuş XI Beynəlxalq Konfransda məruzələr edilmişdir</p>
11	Layihə üzrə əldə olunmuş cihaz, avadanlıq və qurğular, mal və materiallar
	yoxdur
12	Yerli həmkarlarla əlaqələr
	<p>AMEA-nın müxbir üzvü, f.-r.e.d., prof. Bilal Bilalov (AR ETN Riyaziyyat və Mexanika İnstitutu)  f.-r.e.d., prof. Fərman Məmmədov (AR ETN Riyaziyyat və Mexanika İnstitutu)  f.-r.e.d., prof. Nigar Aslanova (Azərbaycan Memarlıq və İnşaat Universiteti)  f.-r.e.d., prof. Nizaməddin İsgəndərov (Bakı Dövlət Universiteti)  f.-r.e.d., prof. Yaşar Mehrəliyev (Bakı Dövlət Universiteti)  r.e.d., dos. Miqdad İsmayılov (Bakı Dövlət Universiteti)  r.e.d., dos. Aydın Şükürov (AR ETN Riyaziyyat və Mexanika İnstitutu)</p>
13	Xarici həmkarlarla əlaqələr
	<p>Rusiya Elmlər Akademiyasının müxbir üzvü, f.-r.e.d., prof. Andrey Şkalikov (Moskva Dövlət Universiteti, Rusiya)  Başqırdıstan Respublikası Elmlər Akademiyasının müxbir üzvü, f.-r.e.d., prof. Kamil Sabitov (Sterlitamak Dövlət Pedaqoji Akademiyası, Rusiya)  f.-r.e.n., dos. Leonid Kritskov (Moskva Dövlət Universiteti, Rusiya)</p>

	f.-r.e.d., prof. Xanlar Məmmədov (İğdır Universiteti, Türkiyə) f.-r.e.d., prof. Mənsur İsmayılov (Qəbzə Texniki Universiteti, Türkiyə) f.-r.e.d., prof. Rauf Əmirov (Sivas Cumhuriyet Üniversitesi, Türkiyə) Ümit İldiz (Yıldız Texniki Universiteti, Türkiyə)
14	Layihə mövzusu üzrə kadr hazırlığı
	Layihə mövzusu üzrə Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun və BDU-nun doktorant və magistrantları elmi tədqiqatlara cəlb edilmiş, onlar üçün həftədə bir dəfə olmaqla elmi seminar təşkil olunmuşdur
15	Sərgilərdə iştirak
	yoxdur
16	Təcrübəartırmada iştirak və təcrübə mübadiləsi
	yoxdur
17	Layihə mövzusu ilə bağlı elmi-kütləvi nəşrlər, kütləvi informasiya vasitələrində çıxışlar, yeni yaradılmış internet səhifələri və s.
	yoxdur

Layihə rəhbərinin imzası \_\_\_\_\_ Qasımov Telman Benser oğlu

Tarix \_\_\_\_\_

QEYD: bütün hallarda uyğun olan bəndlər doldurulmalıdır.