AZƏRBAYCAN ELM FONDU

Azərbaycan Elm Fondunun
Ümummilli Lider Heydər Əliyevin 100-illik
yubileyinə həsr olunmuş
"Əsas qrant müsabiqəsi-2023" ün
(AEF-MCG-2023-1(43)) qalibi olmuş
layihənin yerinə yetirilməsi üzrə

1 İLLİK ELMİ-TEXNİKİ HESABAT

Layihənin adı: **Qrənd Sobolev fəzalarında elliptik tənliklərin fredholmluluğu haqqında**
Layihə rəhbərinin soyadı, adı və atasının adı: **Məmmədov Eminağa Mirzağa oğlu**
Layihənin nömrəsi: **AEF-MCG-2023-1(43)-13/05/1-M-05**
Müqavilənin imzalanma tarixi: **17 noyabr 2023-cü il**
Qrant layihəsinin yerinə yetirilmə müddəti: **24 ay**
Layihənin icra müddəti (başlama və bitmə tarixi): **01 dekabr 2023-cü il – 01 dekabr 2025-ci il**
Layihənin 1 il üzrə (rüb) məbləği:

Hesabatda aşağıdakı məsələlər işıqlandırılmalıdır:

1	Layihənin həyata keçirilməsi üzrə 1 il ərzində yerinə yetirilmiş **elmi işlər**
	(burada doldurmalı) Keçən 1 ildə yerinə yetirilimiş elmi işlər, xülasə şəklində, aşağıdakı kimi təsvir edilə bilər. Qeyd edək ki, baxılan ən ümumi hallar grənd Lebeq fəzalarını da əhatə edir. - $(T_\delta f)(x) = f(x+\delta)$ sürüşmə operatorunun izometrik olduğu additiv-invariant fəzalar sinfində Banax-Sobolev fəzalarında iz operatorunun təyini, əsaslanması, onun məhdudluğu, sonsuz differensiallanan finit funksiyaların sıx olduğu altfəzaların spesifik xassələri və onların təsviri, bu altfəzalarda baxılan Laplas operatorunun fredholmluğu (nöterliyi), indeksinin tapılması məsələləri öyrənilmişdir. - Grənd Lebeq fəzası və onun doğurduğu Hardi siniflərinin addiriv-invariant (xüsusi halda, simmetrik fəzaların da daxil olduğu) fəzalar üçün analoqları verilmiş, sürüşmə operatorunun kəsilməzliyi ilə xarakterizə edilən, sonsuz differenesiallanan funksiyaların sıx olduğu altfəzaların xassələri öyrənilmiş, onların doğurduğu Hardi sinifləri daxil edilmiş, ümumi halda Dirixle məsələsinin həll olunma problemi və separabel alt fəzanın doğurduğu Hardi siniflərində çəp törəməli bir sərhəd məsələsinin Nöterliyi araşdırılmış və onun indeksi tapılmışdır. - $(0;2\pi)$ aralığında təyin edilmiş xüsusi tip Orliç fəzalarının xassələri araşdırılmış, qeyri-local sərhəd məsəsləsi üçün iki tərtibli adi diferensial operatorun məxsusi funksiyalarından təşkil edilmiş triqonometrik sistemin bazislik məsələsi araşdırılmışdır. - Simmetrik fəzalarla törənən Banax-Sobolev fəzalarında elliptik operatorlar üçün daxili tip Şauder qiymətlənmələr əldə edilmişdir. Qeyd edək ki, $L_p(\Omega)$ Lebeq, qrənd Lebeq, Marsinkeviç, zəif tipli L_p^w və s. kimi bir çox fəzaların geniş sinfi baxdığımız ümumi halın xüsusi hallarıdır. Bundan əlavə, bir çox

nəticələr, tərəfimizdən daxil edilmiş və simmetrik fəzaları da özündə ehtiva edən additiv-invariant fəzalar halında baxılmış və uyğun ümumiləşmələr aparılmışdır.

- Additiv-invariant $X(\Omega)$ Banax funkisyalar fəzalarında və onların $X_s(\Omega)$ separabel altfəzalarında bürünmə operatoru, zəif tipli sinqulyar operatorlar, Ris potensialı, xüsusi halda, nüvəsi $K_i(x,y)=\dfrac{x_i-y_i}{|x-y|^n}$ şəklində olan inteqral operatorlar, onların məhdudluğu və kompaktlığı öyrənilmiş, uyğun Banax-Sobolev fəzalarında inteqral göstəriliş teoremləri əldə edilmişdir.

Baxılan aqreqata, fəzalar və siniflərə gəldikdə, aşağıdakıları qeyd etmək istərdik

1. Razılaşmalar və ümumi anlayışlar

Tutaq ki, $\mathbf{K}=\left\{(x_1,\dots,x_n):|x_i|<\dfrac{d}{2}\right\}\subset R^n$ müəyyən bir kubdur, yaxud $K=R^n$, $X(\mathbf{K})$ Lebeq ölçülü və $\|.\|_X$ normalı müəyyən bir Banax funksiyalar fəzasıdır. $\Omega\subset\mathbf{K}:\overline{\Omega}\subset\mathbf{K}$ oblastı üçün $X(\Omega)$ ilə $X(\mathbf{K})$ fəzasından olan bütün funksiyaların sıxılması ilə alınan funksional fəza, başqa sözlə

$$X(\Omega)=\left\{f\in X(\mathbf{K}):\|f\|_{X(\Omega)}=\|f\chi_\Omega\|_{X(\mathbf{K})}<\infty\right\}$$

başa düşülür. $B(x_0;R)$ ilə mərkəzi x_0 nöqtəsində olan R radiuslu kürə işarə edilir. $x_0=0$ halında isə sadəcə $B(R)$ yazılışından istifadə edilir. Ümumiliyi azaltmadan mərkəzi koordinat başlanğıcında olan vahid kürənin $\mathbf{K}$ oblastına daxil olduğu, yəni $B(1)\subset\mathbf{K}$ və $\Omega+\Omega\subset\mathbf{K}$ qəbul edilir.

Additiv-invariant fəzalar. Tutaq ki, $\boldsymbol{X}(R^n)$ müəyyən bir Banax funksional fəzadır. Əgər $\forall\delta\in R^n$ və $\forall f\in X(R^n)$ üçün $\|f(.+\delta)\|_X=\|f(.)\|_X$, bərabərliyi ödənirsə, belə fəzanı additiv-invariant fəza adlandırırıq.

$\Omega\subset R^n$ halında isə funksiyanın baxılan oblastdan kənara sıfırla davam etdirildiyini fərz edir və sürüşmə operatorunu təyin edirik:

$$(T_\delta f)(x)=\begin{cases}f(x+\delta), & x+\delta\in\Omega\ \ olduqda,\\ 0, & if\ \ x+\delta\notin\Omega\ \ olduqda.\end{cases}$$

Separabel alt fəza. Sürüşmə operatorunun kəsilməz olduğu alt fəzanı $\boldsymbol{X_s(\Omega)}$ kimi işarə edirik, başqa sözlə,

$$\left\{\boldsymbol{f}\in\boldsymbol{X(\Omega)}:\ \|\boldsymbol{f}(.+\boldsymbol{\delta})-\boldsymbol{f}(.)\|_{\boldsymbol{X}}\xrightarrow[\boldsymbol{\delta}\to\boldsymbol{0}]{}\boldsymbol{0}\right\}.$$

Demək olar ki, hər yerdə aşağıdakı xassənin ödənilməsi tələb edilir:

Xassə β). $\forall E_n\to\varnothing, E_n\subset\Omega\Rightarrow\|\chi_{E_n}\|_{X(\Omega)}\to 0$

Qeyd edək ki, bu xassəyə malik olan additiv-invariant fəzalarda aşağıdakı münasibət doğrudur:

$$X_s(\Omega)=X_a(\Omega)=X_b(\Omega)=\overline{C_0^\infty(\Omega)}.$$

Burada $X_a(\Omega)$, $X_b(\Omega)$ ilə uyğun olaraq mütləq kəsilməz və məhdud funksiyaların qapanmsı ilə yaranan altfəzalar işarə edilmişdir

Konkret fəzalar. Marsinkevits fəzası. $X=M^{p,\lambda}(\Omega),(1\le p<+\infty,0<\lambda<n)$– ölçülə bilən funksiyaların $\|f\|_{p,\lambda}=\sup\limits_I\left(\dfrac{1}{|I|^{\frac{\lambda}{n}}}\displaystyle\int_I|f|^p\,dt\right)^{\frac{1}{p}}$, norması ilə təchiz edilmiş fəzasıdır **.** Burada $I\subset R^n$ ölçülə bilən istənilən altçoxluqdur.

Zəif tipli $L_p^w(\Omega)$ $L_p^w(\Omega)$ $(1\le p<\infty,0<\lambda<n)$ fəzası. Ölçülə bilən və

$$L_p^w(\Omega)=\left\{ f\in \Im(\Omega):\ \sup_{0<\lambda<+\infty}\lambda^p m_f(\lambda)<+\infty \right\},$$

xassəsinə malik olan bütün funksiyaların sinfidir. Burada $\Im(\Omega)$ ilə Ω-da ölçülə bilən funksiyalar çolxluğu, $m_f(\lambda)$ ilə isə $m_f(\lambda)=m\{x\in M: |f(x)|>\lambda\}$. paylanma funksiyası işarə edilmişdir. Norma aşağıdakı kimi təyin edilir:

$$\|f\|_{M_r}=\sup_{E\subset\Omega}\frac{1}{|E|^{1-\frac{1}{r}}}\int_E |f|\,dx,$$

burada $E\subset\Omega$ istənilən ölçülə bilən alt çoxluqdur.

More fəzası $L^{p,\lambda}(\Omega),(1\le p<\infty, 0<\lambda<n)$. Norma aşağıdakı kimi təyin olunur**:**

$$\|f\|_{p,\lambda}=\sup_{B_r\subset R^n}\left(\frac{1}{r^\lambda}\int_{B_r}|f|^p dx\right)^{\frac{1}{p}},$$

Burada supremum bütün kürələr üzərində aparılır.

Orliç fəzaları ilə bağlı N -funksiya anlayışından istifadə edilmişdir

Tərif. Aşağıdakı şərtləri ödəyən,

$$\lim_{x\to 0}\frac{M(x)}{x}=0;\ \lim_{x\to\infty}\frac{M(x)}{x}=\infty,$$

kəsilməz cüt qabarıq $M:R\to R$ funksiyası N -funksiya adlanır.

Boyd indeksləri aşağıdakı kimi təyin edilir. Tutaq ki, M verilmiş N funksiyadır. Onun tərsini $M^{-1}(.)$ ilə işarə edək. Tutaq ki,

$$h(t)=\lim_{x\to\infty}\sup\frac{M^{-1}(x)}{M^{-1}(tx)},$$

və aşağıdakı ədədləri təyin edək

$$\alpha_M=-\lim_{t\to\infty}\frac{\log h(t)}{\log t};\ \beta_M=-\lim_{t\to 0^+}\frac{\log h(t)}{\log t}.$$

Bu ədədlər L_M Orliç fəzasının aşağı və yuxarı Boyd indeksləri adlanır. Boyd indeksləri üçün aşağıdakılar doğrudur: $0\le\alpha_M\le\beta_M\le 1; \alpha_M+\beta_{M^*}=1;\ \beta_M+\alpha_{M^*}=1$.

Burada M və M^* qarşlıqlı tamamlayıcı N funksiyalardır.

$0<\alpha_M\le\beta_M<1$ şərti $L_M(0;2\pi)$ fəzasının refleksiv olması üçün zəruri və kafidir.

Banax –Sobolev fəzaları

$$W_X^m(\Omega)=\{f\in X:\partial^p f\in X, \forall p\in Z_+, |p|\le m\},$$

$$WX_s^m(\Omega)=\{f\in WX^m: \|T_\delta f-f\|_{WX^m(\Omega)}\to 0, \delta\to 0\},$$

$\overset{0}{W}{}_{X_s}^m(\Omega)=\overline{C_0^\infty(\Omega)}$ (qapanma $WX^m(\Omega)$ fəzasına nəzərəndir),

norma isə

$$\|f\|_{W_X^m(\Omega)}=\sum_{|p|\le m}\|\partial^p f\|_{X(\Omega)},$$

kimi təyin edilir. $X_s(\Omega)$-da sürüşmə operatoru kəsilməz olduğu üçün $W_{X_s}^m(\Omega)$ -fəzası $WX^m(\Omega)$ fəzasının qapalı alt fəzasıdır.

Vahid çevrə halı. $D=\{z\in C:|z|<1\}$ vahid dairə, $T=\{z:|z|=1\}$ -vahid çevrə, $C_0^\infty[-\pi,+\pi]$ ilə $(-\pi,+\pi)$ aralığında sonsuz kəsilməz differensiallanan finit funksiyalar sinfi işarə edilmişdir.

İstənilən $f:T\to C$ funksiyasını $[-\pi;\pi)$ aralığında aşağıdakı kimi təyin edilmiş funksiya ilə eyniləşdirəcəyik $f:[-\pi;\pi)\to C(\text{or } R)\Leftrightarrow f(t):=f(e^{it})$, və hesab edəcəyik ki, alınan funksiya bütün həqiq oxa periodik davam etdirilmişdir. Verilmiş $f:D\to R$, funksiyası üçün

$f_r(t)=f(re^{it}), 0\le r<1, t\in[-\pi;\pi)$, funksiyalar ailəsinə baxırıq.

Vahid çevrə halında aşağıdakı məsələlərə baxılmışdır. T vahid çevrəsi üzərində təyin edilmiş ölçülən funksiyaların, norması $\|f\|_{p)}=\sup\limits_{0<\varepsilon<p-1}\left\{\left(\varepsilon\int_{-\pi}^{\pi}|f|^{p-\varepsilon}dt\right)^{\frac{1}{p-\varepsilon}}\right\}<+\infty$, kimi təyin edilən

$L_{p)}(-\pi;\pi), 1<p<+\infty$ grənd Lebeq fəzası və onunla bağlı vahid dairənin daxilində aşağıdakı $h_{p)}(D), W^1_{p)}(D), 1<p<+\infty$, Hardi sinifləri və Sobolev fəzaları daxil edilmiş, hər iki halda iz operatoru təyin edilmiş və onun xassələri öyrənilmişdir: Növbəti addımda bütün nəticələr Banax-Hardi və Banax-Sobolev halına ümumiləşdirilmişdir. Zəruri anlayışlar aşağıdakılardır^

- Vahid dairədə **harmonic** olan bütün funksiyalar sinfi $H(D)$ ilə işarə edilir

$$H(D)=\{u:D\to R:\Delta u=0 \text{ in } D\}.$$

- $h_X(D)=\left\{u\in H(D):\sup\limits_{0\le r<1}\|u_r(.)\|_X<+\infty\right\}$, fəzası aşağıdakı kimi təyin edilir

$$\|u\|_{h_X(D)}=\sup_{0\le r<1}\|u_r(.)\|_{X(D)}.$$

$X=L_p$ halında isə $h_p(D)$ işarələmisindən istifadə edilir. .

- $h^{(1)}_X(D)=\left\{u\in h_X:\frac{\partial u}{\partial r},\frac{\partial u}{\partial\varphi}\in h_X\right\}$, $h^{(1)}_{X_s}(D)=\left\{u\in h_{X_s}:\frac{\partial u}{\partial r},\frac{\partial u}{\partial\varphi}\in h_{X_s}\right\}$, fəzaları aşağıdakı

normalarla yaranan fəzalardır: $\|u\|_{h^{(1)}_X(D)}=\|u\|_X+\left\|\frac{\partial u}{\partial r}\right\|_X+\left\|\frac{\partial u}{\partial\varphi}\right\|_X$, burada (r,φ), polyar koordinatlardır.

- $H^+_X(D)$ **Hardi sinfi.** Tutaq ki, $A(D)$ vahid dairədə analitik funksiyalar sinfidir. Onda

$$H^+_X(D)=\left\{f\in A(D):\|f\|_{H^+_X(D)}=\sup_{0<r<1}\|f_r(.)\|_X<+\infty\right\}.$$

Aydındır ki, $H^+_X(D)=\{f\in A(D):\operatorname{Re}f,\operatorname{Im}f\in h_X\}$.

- **İz operatoru**. Harmonik funksiyaların qeyri-toxunan istiqamətlərində sərhəd qiymətləri ilə təyin edilən iz operatoruna baxılıb:

$\gamma:h_X\to X(T)$, burada $\gamma(u)=f\in X(T)$, f isə toxunan olmayan istiqamətlərdə $u\in h_X$ funksiyasının sərhəd qiymətləridir. Bu operatorun məhdudluğu və digər xassələri araşdırılmışdır.

- **Dirixle məsləsi**

$$\left.\begin{aligned}\Delta u|_D&=0,\\ \gamma^+u|_T&=f\end{aligned}\right\}$$

- Baxılan fəzanın separabel alt fəzası ilə törədilən aşağıdakı siniflər daxil edilmişdir:

$$h_{X,s}(D)=\{f\in h_X(D):\gamma f=f^+\in X_s(T)\},$$
$$H_{X,s}(D)=\{f\in H_X(D):\gamma f=f^+\in X_s(T)\}.$$

- Çəp törəməli Laplas operotoru ilə bağlı aşağıdakı sinif daxil edilmişdir

$$h^{(1)}_{X_s}(D)=\left\{u\in h_{X_s}(D):\frac{\partial u}{\partial r},\frac{\partial u}{\partial\varphi}\in h_{X_s}(D)\right\}.$$

- D vahid dairəsində $(r,\varphi), 0\le r<1, -\pi\le\varphi<\pi$, polyar koordinatlarına nəzərən çəp törəməli

$$\Delta_{r,\varphi}u=\frac{\partial^2 u}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 u}{\partial\varphi^2},$$

Laplas operatoru üçün aşağıdakı

$$\Delta_{r,\varphi}u=0,\ u\in h^{(1)}_{X_s}(D),$$

$$\gamma\left(\cos\varphi\frac{\partial u}{\partial r}+\sin\varphi\frac{\partial u}{\partial\varphi}\right)\equiv\left(\cos\varphi\frac{\partial u}{\partial r}+\sin\varphi\frac{\partial u}{\partial\varphi}\right)\Big|_{r=1}=$$

$$=f(\varphi)\in X_s(T),\ \varphi\in[-\pi;\pi),$$

sərhəd məsələsinin Nöterliyi araşdırılmış və onun indeksi heasblanmışdır.

- $(0;2\pi)$ aralığında təyin edilmiş Orliç fəzalarında qeyri-local sərhəd məsəsləsi üçün iki tərtibli adi diferensial operatorun məxsusi funksiyalarından təşkil edilmiş triqonometrik sistemin xassələri öyrənilmiş və həmin sistemin baxılan fəzada bazisliyi isbat edilmişdir.

- m**-tərtibli elliptic operator.** Tutaq ki,

$$L=\sum_{|p|\le m}a_p(x)\partial^p$$

m-tərtibli elliptic operatordur. Burada $p=(p_1,p_2,...,p_n)$, $p_k\in Z_+$, $\forall k=\overline{1,n}$, $a_p(.)\in L_\infty(\Omega)$ isə həqiqi qiymətli funksiyalardır.

Əmsalları a_p^0 sabitləri olan L_0 elliptic operatoruna baxaq $L_0=\sum_{|p|=m}a_p^0\partial^p$.

$Lu=f$ tənliyinin həlli dedikdə güclü həll, yəni müvafiq fəzaya aid olan, demək olar hər yerdə $Lu=f$ tənliyini ödəyən u funksiyası nəzərdə tutulur. $J(x)$ ilə $L_0\varphi=0$ tənliyinin funtamental həlli başa düşülür.

Aşağıdakı klassik nəticədən əsaslı şəkildə istifadə edilir..

Theorem. m-tərtibli sabit əmsallı istənilən L_0 elliptic operatoru üçün aşağıdakı xassələrə malik olan $J(x)$ funksiyası qurula bilər:

i) n tək ədəd, yaxud cüt və $n>m$ olarsa, onda

$$J(x)=\frac{\omega(x)}{|x|^{n-m}},$$

Burada $\omega(x)$ sıfır tərtibli bircins funksiyadır (yəni $\omega(tx)=\omega(x),\ \forall t>0$).

n tək və $n\le m$ olarsa, onda $J(x)=q(x)\log|x|+\dfrac{\omega(x)}{|x|^{n-m}}$,

Burada q $m-n$ tərtibli bircins çoxhədlidir

ii) $J(x)$ funksiyası ümumiləşmiş mənada $L_0J(x)=\delta(x)$, tənliyini ödəyir. Burada δ - Dirac funksiyasıdır, yəni istənilən kompakt daşıyıcılı sonsuz differensiallanan $\varphi(.)$ funksiyası üçün aşağıdakı bərabərlik ödənir

$$\varphi(x)=\int[L_0\varphi(y)]J(x-y)dy=L_0\int\varphi(y)J(x-y)dy.$$

- İstənilən $x_0\in\Omega$ nöqtəsi üçün aşağıdakı “tangential operator”a baxırıq

$$L_{x_0}=\sum_{|p|=m}a_p(x_0)\partial^p,$$

$J_{x_0}(.)$ ilə $L_{x_0}\varphi=0$ tənliyinin yuxarıdakı teoremə uyğun fundamental həlləri işarə edilir. J_{x_0} funksiyası $L\varphi=0$ tənliyinin x_0 nöqtəsində sinqulyarlığı olan parametriksi adlanır. Tutaq ki,

$$(S_{x_0}\varphi)(x)=\psi(x)=\int J_{x_0}(x-y)\varphi(y)dy,$$

və

$$T_{x_0} = S_{x_0}(L_{x_0} - L).$$

İstənilən sonsuz diferensiallanan v' compact daşıyıcısı olan φ funksiyası üçün aşağıdakı ödənir

$$S_{x_0}L_{x_0} = L_{x_0}S_{x_0} = I, \text{ i.e } S_{x_0}L_{x_0}\varphi = L_{x_0}S_{x_0}\varphi = \varphi /$$

$Lu = f,$ tənliyinin həllinin varlığının təsbit edilməsində aşağıdakı lemma müstəsna rol oynayır:

Lemma. (bax, [1]) φ compact daşıyıcısı olan funksiyasıdırsa, onda

$$\varphi = T_{x_0}\varphi + S_{x_0}L\varphi,$$

və əgər $\varphi = T_{x_0}\varphi + S_{x_0} f$, doğrudursa, onda $L\varphi = f$.

Lemmanın tətbiqi T_{x_0} operatorunun məhdudluğuna əsaslanır. Qeyd edək ki, lemmanın istıfadə edildiyi bütün hallarda bu şərt ödənir. Bu aşağıda ifadə edilən "Əsas Lemma"dan nəticə kimi alınır.

Tərif. L operatorunun əmsalları aşağıdakı şərti ödəyirsə söyəlyirik ki, L operatoru P_{x_0}) xassəsinə malikdir: i) $a_p \in L_\infty(B_r(x_0)), |p| \le m,$ müəyyən bir $r > 0$; $ii)$ $\exists r > 0:$ $|p| = m$ üçün $a_p(.)$ əmsalları $B_r(x_0)$ kürəsində müəyyən bir məhdud və x_0 nöqtəsində kəsilməz funksiya ilə üst-üstə düşür.

P_{x_0}) xassəsi ödənildikdə T_{x_0} operatoru üçün şağıdakı lemma doğrudur.

Əsas Lemma. *X $\Omega \subset R^n$ oblastında təyin edilmiş, Boyd əmsalları $\alpha_X, \beta_X \in (0;1)$ şərtini ödəyən simmetrik Banax funksional fəzadır və L m-tərtibli, x_0 nöqtəsində P_{x_0}) xassəsinə malik olan elliptik operatordur. Tutaq ki, $\varphi \in W^m_{X_s}(B_r(x_0))$və φ $|x - x_0| = r_0$ sferasının müəyyən bir ətrafında sıfra bərabərdir. Onda*

$$\|T_{x_0}\varphi\|_{W^m_X(B_r(x_0))} \le \sigma(r)\|\varphi\|_{W^m_X(B_r(x_0))},$$

Burada $\sigma(r) \to 0,\ r \to 0$, və o, yalnız L operatorunun əmsallarından və kəsilməzlik modulundan asılıdır.

İnteqral operatorlar

Bürünmə operatoru. $\Omega \subset \mathbf{K}$ oblastınfda təyin edilmiş istənilən iki $f \in L_1(\Omega), h \in X(\Omega)$, funksiyanın bürünməsi dedikdə, aşağıdakı başa düşülür

$$(f * h)(x) = \int_{R^n} f_d(x - y) h_d(y) dy,$$

və bu, $f * g$ kimi işarə edilir. Həmişə olduğu kimi, $\Omega \pm \Omega = \{x \pm y : x, y \in \Omega\} \subset \mathbf{K}$ olduğunu qəbul edirik. Xatırladaq ki, klassik halda aşağıdakı teorem yaxşı məlumdur.

Teorem. $\forall f, g \in L_1(R^n)$ olarsa, $(f * g)(.)$ bürünməsi də bütün R^n -də təyin edilmişdir və nəticə də $L^1(R^n)$ fəzasına aiddir.

Aşağıdakı təklif doğrudur:

Tutaq ki, $f \in L^p(R^n), 1 \le p \le \infty$. *Onda* $g = f * \mu = \int_{R^n} f(x - y) d\mu(y) \in L^p(R^n)$

və

$$\|g\|_p \le \|f\|_p \|d\mu\|,$$

Başqa sözlə, bürünmə operatoru $L^p(R^n)$ fəzasında məhdud təsir göstərir. ([5]).

Ris optensialı. Riss potensialı və Sobolev inteqral eyniliyinin $W^m_p(\Omega)$ fəzasından olan funksiyaların xassələrinin öyrənilməsində müstəsna rolu vardır. Sobolev eyniliyi dedikdə biz aşağıdakını nəzərdə tuturuq:

$$u(x)=\sum_{|\alpha|=0}^{m-1} x^{\alpha}\int_{\Omega} b_{\alpha}(y)u(y)dy+\sum_{|\alpha|=m}\int_{\Omega}\frac{A_{\alpha}(x,y)}{|x-y|^{n-m}}\partial^{\alpha}u(y)dy \quad ,\forall u\in C^{m}(\Omega),$$

burada $b_{\alpha}\in C(\overline{\Omega}), A_{\alpha}\in L_{\infty}(\Omega\times\Omega)$ (ümumi halda, $x\neq y: A_{\alpha}(x,y)$ sonsuz diferensiallanandır).

Tutaq ki, $\Omega\subset R^{n}$ müəyyən bir məhdud oblastdır, $0\leq\alpha<n$, $A(x,y)\in L_{\infty}(\Omega\times\Omega)$. Aşağıdakı kimi təyin edilmiş

$$(R_{A,\alpha}f)(x)=\int_{\Omega}\frac{A(x,y)}{|x-y|^{\alpha}}f(y)dy,$$

operator **Ris potensialı** adlanır.

Tutaq ki, $k_{\alpha}(x)=\frac{1}{|x|^{\alpha}}, 0\leq\alpha<n$. Nüvəsi $k_{\alpha}(x-y)=\frac{1}{|x-y|^{\alpha}}$, olan K_{α} inteqral opertoruna baxırıq $(K_{\alpha}u)(x)=(k_{\alpha}*u)(x)=\int_{\Omega}\frac{u(y)}{|x-y|^{\alpha}}dy$.

Aydındır ki, K_{α} operatorunun məhdudluğundan $R_{A,\alpha}$- Ris potensialının məhdudluğu alınır . Aşağıdakı bərabərlik doğrudur:

$$\int_{|x-y|<r}\frac{dx}{|x-y|^{\alpha}}=\frac{|B_1|}{n-\alpha}r^{n-\alpha}, \forall y\in R^{n},$$

Burada B_1 vahid kürədir. Beləliklə, $k_{\alpha}(.)\in L_1(\Omega), \alpha\in(0,n)$.

$X(\Omega)$ fəzasında və $X_s(\Omega)$ alt fəzasında $\psi_{i_1,\dots,i_k}(x)=\frac{x_{i_1}\dots x_{i_k}}{|x|^{n}}$, nüvəsi ilə yaranan

$$v(x)=(\Psi_{i_1,\dots,i_k}u)(x)=\frac{1}{(k-1)!\sigma_n}\sum_{i_1,\dots,i_k=1}^{n}\int_{\Omega}\frac{(x_{i_1}-y_{i_1})\dots(x_{i_k}-y_{i_k})}{|x-y|^{n}}u(y)dy, k\in N,$$

$\Psi_{i_1\dots i_k}$ inteqral operatorların xassələri, xüsusi halda kompaktlığı öyrənilmişdir.

Aydındır ki,

$$|\psi_{i_1\dots i_k}(x)|=\frac{|x_{i_1}\dots x_{i_k}|}{|x|^{n}}\leq\frac{|x|^{k}}{|x|^{n}}=\frac{1}{|x|^{n-k}}=k_{n-k}(x)$$

Bu operatorların $X(\Omega)$ fəzasında məhdudluğu isbat edilmiş, və

$$|(\Psi_{i_1\dots i_k}u)(x)|\leq(K_{n-k}|u|)(x)\ a.e.\Rightarrow\|(\Psi_{i_1\dots i_k}u)\|_{X(\Omega)}\leq\|(K_{n-k}|u|)\|_{X(\Omega)},$$

bərabərsizliyinin doğru olduğu göstərilmişdir.

K_{n-k} operatorunun $X(\Omega)$ fəzasında kompaktlığından $\Psi_{i_1\dots i_k}$ operatorunun kompaktlığının alındığı və $K_{n-k}u\in X_a\Rightarrow\Psi_{i_1\dots i_k}u\in X_a$ olduğugu göstərilmişdir.

İnteqral operatorların kompaktlığı və kompakt daxil olmalar

Tutaq ki, $\Omega\subset\mathbf{K}\subset R^{n}$, $\Omega'\subset R^{m}$, $X(\Omega)$ Banax funksiyalar fəzasıdır, $k(x,y)$ isə $\Omega'\times\Omega$ çoxluğunda təyin edilmiş funksiyadır. Ümumi halda,

$$v(x)=Ku=\int_{\Omega}k(x,y)u(y)dy,$$

kimi təyin edilmiş inteqral operatora baxılır. Aproksimativ üsulla inteqral operatorların kompaktlıq məsələləri araşdırılmışdır.

Tutaq ki, $k(x,y)$ nüvəsi aşağıdakı xassələrə malikdir:

i) $k(x,y)$ *məhdud funksiyadır, yəni*

$$\exists b>0: \sup_{x\in K, y\in\Omega} |k(x,y)| \le b < \infty;$$

ii) $k(x,y)$ *funksiyası birinci dəyəşənə nəzərən müntəzəm kəsilməzdir:*

$$\sup_{\substack{x,z\in\Omega' \\ |x-z|\le r}} \sup_{y\in\Omega} |k(x,y)-k(z,y)| \le \omega(r) \xrightarrow[r\to 0]{} 0 .$$

Tutaq ki, $\varphi(r)$, $r\ge 1$ olduqda 1-ə, $r\le \frac{1}{2}$ olduqda isə 0-a bərabər olan hamar monoton funksiyadır . Aşağıdakı nüvə və onlara uyğun inteqral operatorlar daxil edirik

$$\varphi_h(r)=\varphi\left(\frac{r}{h}\right),\ k_{\alpha,h}(x,y)=\frac{1}{|x-y|^{\alpha}}\varphi_h(|x-y|).$$

Aydındır ki, $k_{\alpha,h}(x,y)$ məhduddur, x və y dəyişənlərinə nəzərən kəsilməz funksiyadır. Deməli, *i)-ii) xassələrinə malikdir*. Buna görə də $K_{\alpha,h}$ operatoru $X(\Omega)$*-da , həmçinin,* $X_s(\Omega)$ fəzasında məhdud təsir göstərir.

İnteqral göstəriliş

İnteqral göstəriliş teoremlərinin əldə edilməsi üçün aşağıdakı klassik bərabərlikdən istifadə edilir:

Tutaq ki, $v\in C_0^{\infty}(R^n)$, $k\in N$, *isə verilmiş ədəddir. Onda aşağıdakı göstəriliş doğrudur*

$$v(x)=\frac{1}{(k-1)!\sigma_n}\sum_{|i|=k}\int_{R^n}\frac{(x_{i_1}-y_{i_1})^{i_1}\ldots(x_{i_n}-y_{i_n})^{i_n}}{|x-y|^n}\frac{\partial^k v(y)}{\partial y^i}dy,$$

Burada $i=(i_1,\ldots,i_n)$.

2	Layihənin həyata keçirilməsi üzrə planda nəzərdə tutulmuş işlərin yerinə yetirilmə dərəcəsi (cari rüb üçün, faizlə qiymətləndirməli)
	(burada doldurmalı) 100%
3	Hesabat dövründə alınmış **elmi nəticələr**, onların yenilik dərəcəsi

(burada doldurmalı)

Alınmış bəzi nəticələr aşağıdakılardır

Teorem 1. Tutaq ki, $1<p<+\infty$. Onda:

i) $\forall f\in h_{p)}(D)$ funksiyasının sanki hər yerdə qeyri-toxunan $f^+\in L_{p)}(T)$ sərhəd qiymətləri var və aşağıdakı Puasson-Lebeq göstərilişi doğrudur

$$f_r(\varphi)=f(r,\varphi)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}P_r(\varphi-\theta)f^+(\theta)d\theta,$$

burada $P_r(\varphi)=\frac{1-r^2}{1-2r\cos\varphi+r^2}$, vahid dairə üçün Puasson nüvəsidir. Bundan əlavə, aşağıdakı qiymətlənmə doğrudur $\|f^+\|_{p)}\le\|f\|_{h_{p)}}$.

ii) $\forall u\in H_{p)}^{+}(D)$ funksiyasının sanki hər yerdə $u^+\in L_{p)}(T)$ sərhəd qiymətləri var aşağıdakı Koşi düsturu doğrudur $u(z)=\frac{1}{2\pi i}\int_T\frac{u^+(\xi)}{\xi-z}d\xi$.

Teorem 2. Tutaq ki, Let $1 < p < +\infty$. Onda $\gamma(h_{p)}(D)) = L_{p)}(T)$. Başqa sözlə, $h_{p)}(D)$ sinfindən olan funksiyaların vahid çevrə üzərində izi təbii şəkildə təyin edilir.

Teorem 3. $1 < p < +\infty$. Onda

i) $\gamma \in [h_{p)}(D); L_{p)}(T)]$ isometrik operatordur

ii) $h_{p)}(D)$ tam banax fəzasıdır;

iii) $f \in L_{p)}(T), 0 \le r_1 < r_2 < 1 \Rightarrow \|f_{r_1}\|_{p)} \le \|f_{r_2}\|_{p)}$;

iv) $f \in L_{p)}(T) \Rightarrow \lim\limits_{r\to 1-0} \|f_r\|_{L^+_{p)}(T)} = \|f^+\|_{L^+_{p)}(T)}$, və

$$\|f_r\|_{L^+_{p)}(T)} \uparrow \|f^+\|_{L^+_{p)}(T)}, r \to 1.$$

Teorem 4. Tutaq ki, $1 < p < +\infty$ və $f \in h_{p)}(D)$. Onda aşağıdakı təkliflər ekvivalentdir:

i) $f^+ \in N_{p)}(T)$;

ii) $\|f_r(t) - f^+(t)\|_{p)} \xrightarrow[r\to 1]{} 0$;

iii) $\varepsilon \int_T |f_r|^{p-\varepsilon} dt \xrightarrow[\varepsilon\to 0]{} 0$ müntəzəm olaraq $r \in [0;1)$;

iv) $\|f(r,\cdot+\delta) - f(r,\cdot)\|_{L_{p)}(T)} \to 0$, müntəzəm olaraq $0 \le r < 1$.

Teorem 5. Tutaq ki, $1 < p < +\infty$, $u \in h_{p)}\,(H^+_{p)}(D))$ və $f = u^+ \in N_{p)}(T)$. Onda

$$\lim_{r\to 1-0} \|u_r(t) - f(t)\|_{L_{p)}(T)} = 0.$$

Teorem 6. $\{z^n\}_{n\in Z_+}$ triqonometrik sistemi $NH^+{}_{p)}(D)$ fəzasında bazis əmələ gətirir..

Teorem 7. $1 < p < +\infty$ olduqda

$$\left\{\frac{1}{2}; \operatorname{Re} z^n; \operatorname{Im} z^n\right\} = \left\{\frac{1}{2}; r^n \cos n\varphi,\ r^n \sin n\varphi\right\}$$

sistemi $Nh_{p)}$ fəzasında bazis əmələ gətirir və uyğun biortoqonal system aşağıdakı kimi təyin edilir

$$\upsilon^+_n(u) = \frac{1}{\pi} \lim_{r\to 1-0} \frac{1}{r^n} \int_{-\pi}^{\pi} u(r;\varphi) \cos n\varphi d\varphi = \int_{-\pi}^{\pi} u^+(\varphi) \cos n\varphi d\varphi, \forall n \in Z_+,$$

$$\upsilon^-_n(u) = \frac{1}{\pi} \lim_{r\to 1-0} \frac{1}{r^n} \int_{-\pi}^{\pi} u(r;\varphi) \sin n\varphi d\varphi = \int_{-\pi}^{\pi} u^+(\varphi) \sin n\varphi d\varphi\ , \forall n \in Z_-.$$

Teorem 8. Tutaq ki, $1 < p < +\infty$. Onda istənilən $\forall f \in L_{p)}(T)\,(Nh_{p)}(T))$ funksiyası üçün Dirixle məsələsinin $h_{p)}(D)(Nh_{p)}(D))$ fəzasında yeganə həlli var və aşağıdakı bərabərlik doğrudur $\|u\|_{h_{p)}} = \|f\|_{L_{p)}}$.
Başqa sözlə, baxılan fəzalar üçün iz operatoru izometriya təşkil edir.

Teorem 9. Çəp törəməli sərhəd məsələsi Nöter məsələsidir və onun indeksi $\chi = -2$ -yə bərabərdir.

Bu xassədən istifadə edərək xüsusi hallar üçün aşağıdakı meyarlar əldə edilmişdir

Teorem 10. $M^{p,\lambda}(\Omega)$ Marsinkevits fəzasında $\overline{C_0^\infty(\Omega)}$ qapanması aşağıdakı xassəyə malik olan funksiayalar sinfi ilə üst-üstə düşür: $\frac{1}{|E|^{\lambda/n}} \int_E |f|^p dx \to 0,\ E \to 0$.

Teorem 11. Zəif tipli $L^w_p(\Omega) = \left\{ f \in \Im(\Omega): \sup\limits_{0<\lambda<+\infty} \lambda^p m_f(\lambda) < +\infty \right\}$ fəzaları üçün aşağıdakı doğrudur:

$$\left(L^w_{\frac{n}{n-\lambda}}(\Omega)\right)_s = \left\{ f : \frac{1}{|I|^{\lambda/n}} \int_I |f| dx, I \to 0 \right\}.$$

Teorem 12. $L^{p,\lambda}(\Omega),(1\le p<\infty,0<\lambda<n)$ $L^{p,\lambda}(\Omega),(1\le p<\infty,0<\lambda<n)$ More fəzalarında aşağıdakı doğrudur: $\left(L^{p,\lambda}(\Omega)\right)_s=\left\{f:\frac{1}{r^{\lambda}}\int_{B_r}|f|^p dx\to 0, r\to 0\right\}$, $(0<\lambda<n)$. Burada $B_r\subset R^n$ istənilən kürədir

Teorem 13. Tutaq ki, $X(T)$ müəyyən bir Banax funksional fəzadır. Onda

i) İstənilən $\forall f\in h_X(D)$ üçün $f^+\in X(T)$ qeyri-toxunan sərhəd funkisyası var və aşağıdakı göstəriliş doğrudur: $f_r(\varphi)=f(r,\varphi)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}P_r(\varphi-\theta)f^+(\theta)d\theta$,Burada $P_r(\varphi)=\frac{1-r^2}{1-2r\cos\varphi+r^2}$ vaihid dairə üçün Puasson nüvəsidirr. Bundan əlavə, $\|f^+\|_X\le\|f\|_{h_X}$,münasibəti ödənilir.

$ii)\forall u\in H_X(D)$ üçün qeyri-toxunan istiqamətlərdə $u^+\in X(T)$ funksiyası var və

$$u(z)=\frac{1}{2\pi i}\int_T\frac{u^+(\xi)}{\xi-z}d\xi,$$

Koşi göstərlişi doğrudur.

Teorem 14. Tutaq ki, $X(T)$ additive-invariant Banax funksional fəzadır. Onda

$$\gamma(h_X(D))=X(T)$$

Nəticə 15. Tutaq ki, $X(T)$ additive-invariant Banax funksional fəzadır. Onda

i) i) $\gamma\in[h_{X(D)}(D);X(T)]$ isometric operatordur.

ii) $h_X(D)$ Banax fəzasıdır;

iii) $f\in X(T),0\le r_1<r_2<1\Rightarrow\|f_{r_1}\|_X\le\|f_{r_2}\|_X$.

iv) $f\in X(T)\Rightarrow\|f_r\|_{X(T)}\uparrow\|f^+\|_{X(T)}, r\to 1$.

Teorem 16. Tutaq ki, $X(T)$ additive-invariant Banax funksional fəzadır. Və $f^+\in X_s(T)$. Onda

$$\lim_{r\to 1-0}\|f_r(t)-f^+(t)\|_{X(T)}=0.$$

Nəticə 17. Tutaq ki, $X(T)$ additive-invariant Banax funksional fəzadır və $f^+\in h_X(D)$. Onda aşağıdakılar ekvivalentdir

$i)\ f^+\in X_s(T)$;

$ii)\ \|f_r(.)-f^+(.)\|_{X(T)}\xrightarrow[r\to 1]{}0$;

$iii)\ \|f_r(.+\delta)-f_r(.)\|_{X(T)}\to 0$, uniformly $0\le r<1$.

Nəticə 18. Tutaq ki, $X(T)$ additive-invariant Banax funksional fəzasıdır. Onda $\forall f\in X(T)$ üçün (1) Dirixle məsəsləsinin $h_X(D)(h_{X_s}(D))$ fəzasında yeganə həlli var və aşağıdakı doğrdur $\|u\|_{h_X}=\|f\|_X$.

Nəticə 19. *a) Tutaq ki,* $X(T)$ *Banax funksional fəzasıdır. Onda* $\frac{\partial u}{\partial r}\in h_X(D)\Rightarrow u\in h_X(D)$.

b) Tutaq ki, $X(T)$ *additive-invariant Banax funksional fəzasıdır. Onda*

$$\frac{\partial u}{\partial r}\in h_{X,s}(D)\Rightarrow u\in h_{X,s}(D).$$

Teorem 20. Tutaq ki, $X(T)$ Boyd indeksləri (0; 1) aralığında olan və $\beta)$ xassəyə malik olan simmetrik Banax funksional fəzasıdır. Onda çəp törəməli məsələ Nöter məsələsidir və onun indeksi $\chi=-2$.

Teorem 21. M N funksiyası üçün $L_M(0;2\pi)$ fəzasının Boyd ineksləri $(0;1)$ aralığındadırsa,

$$y_0^c=1; y_n^c(x)=\cos nx; y_n^s=x\sin nx, n\in N$$

sistemi $L_M(0;2\pi)$ fəzasında bazis əmələ gətirir.

Teorem 22. Ω oblastında təyin edilmiş $X(\Omega)$ fəzası Boyd əmsalları $\alpha_X, \beta_X \in (0;1)$ şərtini ödəyən simmetrik Banax funksional fəzadır. Fərz edək ki, "Əsas Lemma"nın bütün şərtləri ödənir və $\varphi \in \overset{0}{W}{}^m_{X_s}(B_r(a)), (a \in \Omega)$. Onda

$$\|T_{x_0}\varphi\|_{W_X^m(B_r(a))} \le \sigma(r)\|\varphi\|_{W_X^m(B_r(a))},$$

Burada $\sigma(r) \to 0,\ r \to 0$, və o, yalnız L operatorunun əmsallarından və kəsilməzlik modulundan asılıdır.

Teorem 23. Ω oblastında təyin edilmiş $X(\Omega)$ fəzası Boyd əmsalları $\alpha_X, \beta_X \in (0;1)$ şərtini ödəyən simmetrik Banax funksional fəzadır, Ω oblastı $W_{X_s}^m(\Omega)$ fəzasınından olan funksiyaların $W_{X_s}^m(\Omega')\ (\overline{\Omega} \subset \Omega')$ genişlənməsinə imkan verir və "Əsas Lemma"nın bütün şərtləri ödənir. Onda $T_{x_0} \in [W_{x_s}^m(\Omega)],\ (\forall x_0 \in \Omega)$.Xüsusi halda, Teoeremin şərtləri daxilində $T_{x_0} \in [\overset{0}{W}{}_{x_s}^m(\Omega)],\ (\forall x_0 \in \Omega)$.

Teorem 24. Ω oblastında təyin edilmiş $X(\Omega)$ fəzası Boyd əmsalları $\alpha_X, \beta_X \in (0;1)$ şərtini ödəyən simmetrik Banax funksional fəzadır, L isə $m-$tərtibli, əmsalları

$$\exists R_2 : a_p(.) \in C\left(\overline{B(R_2)}\right), \forall p : |p| = m;\ a_p(.) \in L_\infty(B(R_2)), \forall p : |p| < m.$$

şərtini ödəyən elliptik operatordur. Onda yalnız R_2-dən və L operatorunun əmsallarından asılı olan elə $C = (R_2, L) > 0$ sabiti var ki, $\forall u \in WX_s^m(R_2)$ üçün aşağıdakı qiymətlənmə doğrudur

$$\|u\|_{W_{X_s}^m(R_1)} \le C\left(1 - \frac{R_1}{R_2}\right)^{-m}\left(\|Lu\|_{X(R_2)} + \|u\|_{W_{X_s}^{m-1}(R_2)}\right), \forall R_1 : 0 < R_1 < R_2.$$

Teorem 25. Ω oblastında təyin edilmiş $X(\Omega)$ fəzası Boyd əmsalları $\alpha_X, \beta_X \in (0;1)$ şərtini ödəyən simmetrik Banax funksional fəzadır. Onda yalnız n-dən asılı olan elə $\exists C > 0$ və $\exists \delta > 0$, ədədi var ki, $\forall k = \overline{1, m-1}$, $\forall \varepsilon : 0 < \varepsilon < \delta$, bütün müstəviyə sıfırla davam etdirilə bilən istənilən $\forall u \in W_{X_s}^m(\Omega)$ $\left(\overset{0}{W}{}_{X_s}^m(\Omega)\right)$ üçün $\|u\|_{W_{X_s}^k(\Omega)} \le \varepsilon\|u\|_{W_{X_s}^{k+1}(\Omega)} + C\varepsilon^{-k}\|u\|_{X(\Omega)}$, doğrudur.

Teorem 26. $\Omega_1 : \overline{\Omega} \subset \Omega_1$ oblastina nəzərən c) xassəsinə malik olan, $\Omega \subset R^n$ oblastında təyin edilmiş $X(\Omega)$ Boyd əmsalları $\alpha_X, \beta_X \in (0;1)$ şərtini ödəyən simmetrik Banax funksional fəzadır. Onda

i)Yalnız n-dən və Teorem 3 və Teorem 4-dəki sabitlərdən asılı olan elə $\exists C > 0$ sabiti və $\exists \delta > 0$, $\forall k = \overline{1, m-1}$ var ki, $\forall \varepsilon : 0 < \varepsilon < \delta$, $\forall u \in WX_s^m(\Omega)$ üçün

$$\|u\|_{W_{X_s}^k(\Omega)} \le \varepsilon\|u\|_{WX_s^{k+1}(\Omega_1)} + C\varepsilon^{-k}\|u\|_{X(\Omega_1)}.$$

bərabərsizliyi ödənir.

ii) Əgər $\Omega_0 : \overline{\Omega_0} \subset \Omega$ olarsa, onda aşağıdakı münasibət doğrudur

$$\|u\|_{W_{X_s}^k(\Omega_0)} \le \varepsilon\|u\|_{W_{X_s}^{k+1}(\Omega)} + C\varepsilon^{-k}\|u\|_{X(\Omega_1)}.$$

Theorem 27. Ω məhdud oblastında təyin edilmiş $X(\Omega)$ fəzası Boyd əmsalları $\alpha_X, \beta_X \in (0;1)$ şərtini ödəyən simmetrik Banax funksional fəzadır, $\Omega_0 : \overline{\Omega_0} \subset \Omega$ and m-tərtibli L operatorunun əmsalları aşağıdakı şərtlərə malikdir:

$i)\, a_p(.) \in C(\overline{\Omega}), \forall p : |p| = m;$

$ii)\, a_p(.) \in L_\infty(\Omega), \forall p : |p| < m$

Onda $\forall u \in W^m_{X_s}(\Omega)$ funksiyası üçün aşağıdakı aprior qiymətlənmə doğrudur

$$\|u\|_{WX^m_s(\Omega_0)} \le C\left(\|Lu\|_{X(\Omega)} + \|u\|_{X(\Omega)}\right).$$

Sonuncu teoremin bəzi konkret fəzalara tətbiqinə baxılmışdır. Klassik Lebeq fəzalarında aşağıdakı doğrudur

Teorem 28. $\Omega \subset R^n$- məhdud oblastdır. Tuatq ki, $\Omega_0 : \overline{\Omega_0} \subset \Omega$. Onda istənilən $\forall u \in W^m_p(\Omega)$, funksiyası üçün aşağıdakı aprior qiymətlənmə doğrudur $\|u\|_{W^m_p(\Omega_0)} \le C\left(\|Lu\|_{L_p(\Omega)} + \|u\|_{L_p(\Omega)}\right)$. Burada C sabiti yalnız Ω, Ω_0 oblastlarından, və L operatorundan asılıdır.

Qrənd Lebeq fəzaları üçün aşağıdakı alınır.

Teorem 29. $\Omega \subset R^n$- məhdud oblastdır. Tutaq ki, $\Omega_0 : \overline{\Omega_0} \subset \Omega$. Onda istənilən $\forall u \in W^m_{p)}(\Omega)$ funksiyası üçün aşağıdakı aprior qiymətlənmə doğrudur $\|u\|_{W^m_{p)_s}(\Omega_0)} \le C\left(\|Lu\|_{p)(\Omega)} + \|u\|_{p)(\Omega)}\right)$, Burada C sabiti yalnız Ω, Ω_0 oblastlarından və L operatorundan asılıdır.

Marsinkevis fəzalarına tətbiq etdikdə isə aşağıdakı aprior qiymətlənməni alırıq.

Teorem 30. Tutaq ki, $\Omega \subset (-\pi, \pi) \subset R^1$ və $\Omega_0 \subset \Omega$ istənilən kompaktdır. Onda istənilən $\forall u \in W^m_{X_s}(\Omega)$, *(burada* $X = SL_{p,\lambda}(\Omega)$*)* funksiyası üçün aşağıdakı aprior qiymətlənmə doğrudur

$$\|u\|_{W^m_{X_s}(\Omega)} \le C\left(\|Lu\|_{SL_{p,\lambda}(\Omega)} + \|u\|_{SL_{p,\lambda}(\Omega)}\right).$$

Burada C sabiti yalnız Ω, Ω_0 oblastlarından, və L operatorundan asılıdır.

Theorem 31. Tutaq ki, $\Omega \subset R^n$- məhdud oblastdır və $\Omega_0 \subset \Omega$ istənilən kompaktdır. Onda $\forall u \in W^m_{X_s}(\Omega)$, $X = L^w_{\frac{1}{1-\lambda}}(\Omega), 0 < \lambda < 1$, funksiyası üçün aşağıdakı qiymətlənmə doğrudur

$$\|u\|_{W^m_{X_s}(\Omega_0)} \le C\left(\|Lu\|_{L^w_{\frac{1}{1-\lambda}}(\Omega)} + \|u\|_{L^w_{\frac{1}{1-\lambda}}(\Omega)}\right)$$

Burada C sabiti yalnız Ω, Ω_0 oblastlarından, və L operatorundan asılıdır.

Theorem 32. Tutaq ki, X additiv invariant Banax funksiyalar fəzası, X' isə müvafiq assosiativ fəzadır. Onda $\|f * g\|_\infty \le \|f\|_X \|g\|_{X'}$, $f \in X, g \in X'$. Əlavə olaraq, $f \in X_s$, yaxud $g \in X'_s$ olarsa, onda bürünmə operatoru $L_\infty(K)$-da kəsilməzdir .

Lemma 33. Tutaq ki, $X(\mathbf{K})$ additiv-invariant Banax funkisyalar fəzasıdır və $\Omega : \overline{\Omega} \subset \mathbf{K}$ müəyyən bir oblastdır. Onda istənilən iki $f, g \in X(\Omega)$ funksiyası üçün $f * g$ bürünməsi X fəzasına aiddir və $\|f * g\|_{X(\Omega)} \le \|f\|_{X(\Omega)} \|g\|_{L_1(\Omega)}$,bərabərsizliyi doğrudur.

Nəticə 33. Tutaq ki, $X(\mathbf{K})$ additive-invariant Banach funksiyalar fəzasıdır, $\Omega : \overline{\Omega} \subset \mathbf{K}$ müəyyən bir oblastdır. Onda istənilən $f \in L_1(\Omega), g \in X(\Omega)$ tunksiyaları üçün $f * g$ bürünməsi $X(\Omega)$ fəzasına aiddir və $\|f * g\|_{X(\Omega)} \le \|f\|_{L_1(\Omega)} \|g\|_{X(\Omega)}$, bərabərsizliyi doğrudur.

Nəticə 34. Tutaq ki, $X(\mathbf{K})$ additive-invariant Banach funksiyalar fəzasıdır, $\Omega : \overline{\Omega} \subset \mathbf{K}$ müəyyən bir oblastdır və $\alpha \in [0, n)$. Onda K_α interqral operatoru $X(\Omega)$ fəzasında məhdud təsir edir və

$$\|K_\alpha g\|_{X(\Omega)} = \|f * g\|_X \le \|k_\alpha(.)\|_{L_1(\Omega)} \|g\|_{X(\Omega)} \le C\|g\|_{X(\Omega)}, \forall g \in X(\Omega),$$

münaisbətləri ödənir. Başqa sözlə, Riss potensialı $X(\Omega)$ fəzasına məhduddur.

Lemma 35. Tutaq ki, $X(\mathbf{K})$ additive-invariant fəzası $\beta)$ xassəsinə malikdir və $\Omega : \overline{\Omega} \subset \mathbf{K}$ müəyyən bir oblastdır. Onda $K_\alpha \in [X_s(\Omega)], 0 \le \alpha < n$.

Lemma 36. Tutaq ki, $\Omega \subset \mathbf{K}$ müəyyən bir oblast, $\Omega' \subset R^m$ isə istənilən ölçülən məhdud çoxluqdur, $k(x,y)$ isə i)-ii) xassələrinə malik olan nüvədir. Onda K operatoru $X(\Omega)$ fəzasından $C(\overline{\Omega'})$ fəzasına compact təsir edir.

Nəticə 37. Tutaq ki, $\Omega = \Omega' \subset \mathbf{K}$ və $k(x,y)$ isə i)-ii) xassələrinə malik olan nüvədir. Onda K operaotoru $X(\Omega)$-dan $X_s(\Omega)$-ə kompakt təsir edir.

Nəticə 38. Tutaq ki, $\Omega = \Omega' \subset \mathbf{K}$ və $k(x,y)$ isə i)-ii) xassələrinə malik olan nüvədir. Onda K operaotoru $X_s(\Omega)$-dan $X_s(\Omega)$-ə kompakt təsir edir.

Nəticə 39. Tutaq ki, $X(\mathbf{K})$ additive-invariant fəzası $\beta)$ xassəsinə malikdir və $\Omega : \overline{\Omega} \subset K$ istənilən məhdud oblastdır. Onda aşağıdakı $\left\| K_\alpha - K_{\alpha h} \right\|_{[X(\Omega)]} \xrightarrow[h \to 0]{} 0$, doğrudur. Deməli, K_α ioperatoru $X(\Omega)$ -da kompakt təsir edir.

Teorem 40. Tutaq ki, $X(\mathbf{K})$ additive-invariant fəzası $\beta)$ xassəsinə malikdir və $\Omega : \overline{\Omega} \subset K$ istənilən məhdud oblastdır. Onda istənilən $u \in \overset{0}{W}{}^1_{X_s}(\Omega)$ funksiyası üçün aşağıdakı inteqral göstəriliş

$$u(x) = \frac{1}{\sigma_n} \sum_{i=1}^{n} \int_\Omega \frac{x_i - y_i}{|x-y|^n} \frac{\partial u}{\partial y_i} dy,$$

doğrudur. Burada σ_n vahid sferanın (R^n-də) sahəsidir, bağqa sözlə, $\sigma_n = 2\pi^{\frac{n}{2}} \left(\Gamma\left(\frac{n}{2}\right) \right)^{-1}$.

Nəticə 41. $\overset{0}{W}{}^1_{X_s}(\Omega)$ altfəzası $X_s(\Omega)$-ə daxil edilə bilər.

Nəticə 42. Tutaq ki, $X(\mathbf{K})$ additive-invariant fəzası $\beta)$ xassəsinə malikdir və $\Omega : \overline{\Omega} \subset \mathbf{K}$ oblastı $W^m_{X_s}(\Omega)$ funksiyalarının davamına imkan verir. Onda yuxarıdakı nəticə $W^1_{X_s}(\Omega)$-dan olan funksiyalar üçün də doğrudur.

Nəticə 43. Tutaq ki, $X(\mathbf{K})$ additive-invariant fəzası $\beta)$ xassəsinə malikdir, $\Omega : \overline{\Omega} \subset \mathbf{K}$ isə istənilən məhdud oblastdır. Onda istənilən $u \in \overset{0}{W}{}^m_{X_s}(\Omega)$, funksiyası üçün aşağıdakı inteqral göstəriliş doğrudur

$$v(x) = \frac{1}{(m-1)!\,\sigma_n} \sum_{|i|=m} \int_{R^n} \frac{(x_{i_1} - y_{i_1})^{i_1} \dots (x_{i_n} - y_{i_n})^{i_n}}{|x-y|^n} \frac{\partial^m v(y)}{\partial y^i} dy.$$

Nəticə 44. Tutaq ki, $X(\mathbf{K})$ additive-invariant fəzadır. Onda

a) $\overset{0}{W}{}^m_{X_s}(\Omega)$ fəzası $X_s(\Omega)$ fəzasına kompakt daxildir;.

b) $\Omega : \overline{\Omega} \subset \mathbf{K}$ oblastı $W^m_{X_s}(\Omega)$ fəzasından funksiyaları davamına imkan verirsə, onda $W^m_{X_s}(\Omega)$ fəzası $X_s(\Omega)$ kompakt daxil oluna bilər.

4 Layihənin yerinə yetirilməsi zamanı istifadə olunan üsul və yanaşmalar

(burada doldurmalı)

funksiyalar nəzəriyyəsi, harmonik analiz, funksional analiz və diferensial tənliklər nəzəriyyəsinin üsulları

5 Layihə üzrə elmi nəşrlər (məqalələr, monoqrafiyalar, icmallar, konfrans materialları, tezislər) (dərc olunmuş, çapa qəbul olunmuş və çapa göndərilmişləri ayrılıqda qeyd etməklə) *(surətlərini əlavə etməli!)*

(burada doldurmalı)

	Çap edilmiş məqalələr (Layihə iştirakçılaranın adları qalın hərflərlə qeyd edilmişdir) **1.Mamedov E.M.,** Ismailov N. A. On some structural properties in Banach function spaces, Transactions. Nat. Acd sci. Azerb. Ser. Phys. Tech. Math. Sci. Mathematics, 43(4), 114-127 (2023), https://trans.imm.az/volumes/43-4/4304-11.pdf **2.** Bilal Bilalov, Yonca Sezer, Umit Ildiz, **Tural Hagverdi**, On the basicity of one trigonometric system in Orlicz spaces. Trans. Natl. Acad. Sci. Azerb. Ser. Phys.-Tech. Math. Sci. Mathematics, 44 (1), 31-40 (2024). https://doi.org/10.30546/2617-7900.44.1.2024.31 **3. Mamedov E.M.,** Nasibova N.P., Y.Sezer. Some remarks on integral operators in Banach function spaces and representation theorems in Banach-Sobolev spaces. Azer. Journ. of Math. 2024, v. 14, N2. 189-204. https://azjm.org/volumes/1402/pdf/1402-14.pdf **4. Mamedov E.M.,** Y. Sezer. Some remark on Laplace equation in grand Lebesgue-Hardy classes. Modern problems of Mathematics and Mechanics. XI International Conference dedicated to the memory of the genius Azerbaijani scientist and thinker NASIREDDIN TUSI. July 03-06, 2024, p.341-343ç https://mpmm.imm.az/abstract-2024.pdf#viewer.action=download **5.** Z.C. Zabidov , Kh.M. Gadirova, **A.I. Mirzebalayeva**, Assessment of vegetation cover of territories using various indices. Modern problems of Mathematics and Mechanics. XI International Conference dedicated to the memory of the genius Azerbaijani scientist and thinker NASIREDDIN TUSI. July 03-06, 2024, p.80ç https://mpmm.imm.az/abstract-2024.pdf#viewer.action=download **6. E.M. Mamedov**, S. Cetin. Interior Schauder-type estimates for m-th order elliptic operators in rearrangement-invariant Sobolev spaces, Turk J Math., 48(4), 2024, 793-816. Available at: https://journals.tubitak.gov.tr/math/vol48/iss4/ (siyahıda sonuncu məqalədir. Məqalənin qarşısında PDF işarəsinin üstünə basmaq lazımdır) Çapa qəbul olunmuşlar **7.** Bilalov B.T., **Mamedov E.M.,** Y. Sezer, N. Nasibova. Compactness in Banach function spaces. Poincare and Friedrichs inequalities. Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo Series 2. 2024 Çapa göndərilmişlər **8.** B.T. Bilalov, S.R.Sadigova, **V.F. Salmanov**, S. Tramontano. On the index of a problem with an oblique derivative in weighted Sobolev space. **9.** B.T. Bilalov, Umit Ildiz, S.R. Sadigova, **V.F. Salmanov**. On basicity of some trigonometric system in Banach function spaces. **10. Eminaga M.Mamedov**, Yonca Sezer. On the noetherness of oblique boundary value problem for Laplace equation.
6	İxtira və patentlər, səmərələşdirici təkliflər
	(burada doldurmalı) Yoxdur
7	Layihə üzrə ezamiyyətlər
	(burada doldurmalı) Olmayıb
8	Layihə üzrə elmi ekspedisiyalarda iştirak
	(burada doldurmalı) Olmayıb
9	Layihə üzrə digər tədbirlərdə iştirak
	(burada doldurmalı) Olmayıb
10	Layihə mövzusu üzrə elmi məruzələr (seminarlar, konfranslar, dəyirmi masalar və s. çıxışlar)
	(burada doldurmalı) RMİ-nin 30.10.24 tarixli elmi seminarında elmi məruzə ilə çıxış edilmişdir

11	Layihə üzrə əldə olunmuş cihaz, avadanlıq və qurğular, mal və materiallar
	(burada doldurmalı) Olmayıb
12	Yerli həmkarlarla əlaqələr
	(burada doldurmalı) Qeyri-harmonik analiz şöbəsinin müdüri, prof. B.Bilalovla və adı çəkilən seminarın digər iştirakçıları ilə, o cümlədən, layihənin iştirakçıları ilə davamlı müzakirələr aparılmışdır.
13	Xarici həmkarlarla əlaqələr
	(burada doldurmalı) İstanbul Texnik universitetinin əməkdaşlarından Şeyma Çetin, Yonca Sezer ilə mütəmadi müzakirələr aparılmışdır
14	Layihə mövzusu üzrə kadr hazırlığı
	(burada doldurmalı) Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun "Diferensial tənliklər" şöbəsinin böyük laborantı və əyani doktorantı Fərhadova Yetər, "Qeyri-harmonik analiz" şöbəsinin əyani doktorantı Haqverdi Tural, "Qeyri-harmonik analiz" şöbəsinin kiçik elmi işçisi Mirzəbalayeva Əsmər ilə layihənin mövzusuna uyğun müzakirələr aparılmışdır
15	Sərgilərdə iştirak
	(burada doldurmalı) Olmayıb
16	Təcrübəartırmada iştirak və təcrübə mübadiləsi
	(burada doldurmalı) Olmayıb
17	Layihə mövzusu ilə bağlı elmi-kütləvi nəşrlər, kütləvi informasiya vasitələrində çıxışlar, yeni yaradılmış internet səhifələri və s.
	(burada doldurmalı) Olmayıb

Layihə rəhbərinin imzası ____________________ Məmmədov Eminağa Mirzağa oğlu

Tarix ____________________

QEYD: bütün hallarda uyğun olan bəndlər doldurulmalıdır.