# AZƏRBAYCAN ELM FONDU

**Azərbaycan Elm Fondunun**
**Ümummilli Lider Heydər Əliyevin 100-illik**
**yubileyinə həsr olunmuş**
**"Əsas qrant müsabiqəsi-2023" ün**
**(AEF-MCG-2023-1(43)) qalibi olmuş**
**layihənin yerinə yetirilməsi üzrə aralıq**
**(rüblük olaraq 3-cü mərhələ)**

## ELMİ-TEXNİKİ HESABAT

Layihənin adı: **Qrənd Sobolev fəzalarında elliptik tənliklərin fredholmluluğu haqqında**
Layihə rəhbərinin soyadı, adı və atasının adı: **Məmmədov Eminağa Mirzağa oğlu**
Layihənin nömrəsi: **AEF-MCG-2023-1(43)-13/05/1-M-05**
Müqavilənin imzalanma tarixi: **17 noyabr 2023-cü il**
Qrant layihəsinin yerinə yetirilmə müddəti: **24 ay**
Layihənin icra müddəti (başlama və bitmə tarixi): **01 dekabr 2023-cü il – 01 dekabr 2025-ci il**
*Layihənin **III mərhələ** üzrə (rüb) məbləği:*

Hesabatda aşağıdakı məsələlər işıqlandırılmalıdır:

| | |
|---|---|
| 1 | Layihənin həyata keçirilməsi üzrə cari rübdə yerinə yetirilmiş **elmi işlər** |

*(burada doldurmalı)*

Klassik Lebeg fəzalarında elliptic operatorlarının fredholmluluğunun araşdırılmasında Şauder tip qiymətlənmələrin müstəsna rolu vardır.

Cari rübdə simmetrik fəzalarla törənən Banax-Sobolev fəzalarında elliptik operatorlar üçün daxili tip Şauder qiymətlənmələr əldə edilmiş, məqalə şəklində yazılmış və çapa göndərilmişdir. Qeyd edək ki, $L_p(\Omega)$ Lebeq, qrənd Lebeq, Marsinkeviç, zəif tipli $L_p^w$ və s. kimi bir çox fəzaların geniş sinfi baxdığımız ümumi halın xüsusi hallarıdır. Bundan əlavə, bir çox nəticələr, tərəfimizdən daxil edilmiş və simmetrik fəzaları da özündə ehtiva edən additiv-invariant fəzalar halında baxılmış və uyğun ümumiləşmələr aparılmışdır.

1. Aşağıdakı razılaşmaları qəbul edirik:

tutaq ki, $\mathbf{K}=\left\{(x_1,...,x_n):|x_i|<\dfrac{d}{2}\right\}\subset R^n$ müəyyən bir kub, yaxud $K=R^n$, $X(\mathbf{K})$ Lebeq ölçülü və $\|\cdot\|_X$ normalı müəyyən bir Banax funksiyalar fəzasıdır. $\Omega\subset\mathbf{K}:\overline{\Omega}\subset\mathbf{K}$ oblastı üçün $X(\Omega)$ ilə $X(\mathbf{K})$ fəzasından olan bütün funksiyaların sıxılması ilə alınan funksional fəza, başqa sözlə

$$X(\Omega)=\left\{f\in X(\mathbf{K}):\|f\|_{X(\Omega)}=\|f\chi_\Omega\|_{X(\mathbf{K})}<\infty\right\}$$

başa düşülür.

$B(x_0;R)$ ilə mərkəzi $x_0$ nöqtəsində olan $R$ radiuslu kürə işarə edilir. $x_0=0$ halında isə sadəcə $B(R)$ yazılışından istifadə edilir. Ümumiliyi azaltmadan mərkəzi koordinat başlanğıcında olan vahid kürənin $\mathbf{K}$ oblastına daxil olduğu, yəni $B(1)\subset\mathbf{K}$ və $\Omega+\Omega\subset\mathbf{K}$ qəbul edilir.

Tutaq ki, $X(\Omega)$ Banax funksional fəzadır. Onda $X_a(\Omega)$ - ilə mütləq kəsilməz funksiyaların əmələ gətirdiyi altfəza, $X_b(\Omega)$ ilə isə məhdud funksiyaların törətdiyi altfəza işarə edilir.

**2. Additive-invariant fəzalar.** Tutaq ki, $\boldsymbol{X}(R^n)$ müəyyən bir Banax funksional fəzadır. Əgər $\forall\delta \in R^n$ və $\forall f \in X(R^n)$ üçün

$$\|f(.+\delta)\|_X = \|f(.)\|_X ,$$

bərabərliyi ödənirsə, belə fəzanı additiv-invariant fəza adlandırırıq.

$\Omega \subset R^n$ halında isə funksiyanın baxılan oblastdan kənara sıfırla davam edirildiyini fərz edir və sürüşmə operatoru aşağıdakı kimi başa düşürük:

$$(T_\delta f)(x) = \begin{cases} f(x+\delta), & x+\delta \in \Omega \ \ olduqda, \\ 0, & if \ x+\delta \notin \Omega \ \ olduqda. \end{cases}$$

3**. Separabel alt fəza**. Sürüşmə operatorunun kəsilməz olduğu alt fəzanı $\boldsymbol{X_s(\Omega)}$ ilə işarə edirik, başqa sözlə,

$$\left\{\boldsymbol{f} \in \boldsymbol{X(\Omega)}: \ \|\boldsymbol{f}(.+\boldsymbol{\delta}) - \boldsymbol{f}(.)\|_{\boldsymbol{X}} \xrightarrow[\boldsymbol{\delta\to 0}]{} \boldsymbol{0}\right\}.$$

Demək olar ki, hər yerdə aşağıdakı xassənin də ödənilməsi tələb edilir:

**Xassə** $\beta)$. $\forall E_n \to \varnothing, E_n \subset \Omega \Rightarrow \|\chi_{E_n}\|_{X(\Omega)} \to 0$

Qeyd edək ki, bu xassəyə malik olan additiv-invariant fəzalarda aşağıdakı münasibət doğrudur:

$X_s(\Omega) = X_a(\Omega) = X_b(\Omega)$.

4. Banax

$$W_X^m(\Omega) = \left\{f \in X : \partial^p f \in X, \forall p \in Z_+, |p| \le m\right\},$$

$$WX_s^m(\Omega) = \left\{f \in WX^m : \|T_\delta f - f\|_{WX^m(\Omega)} \to 0, \delta \to 0\right\},$$

$\overset{0}{W}{}^m_{X_s}(\Omega) = \overline{C_0^\infty(\Omega)}$ (qapanma $WX^m(\Omega)$ fəzasına nəzərəndir),

norma isə

$$\|f\|_{W_X^m(\Omega)} = \sum_{|p|\le m} \|\partial^p f\|_{X(\Omega)},$$

kimi təyin edilir. $X_s(\Omega)$-da sürüşmə operatoru kəsilməz olduğu üçün $W_{X_s}^m(\Omega)$ -fəzası $WX^m(\Omega)$ fəzasının qapalı alt fəzasıdır.

Alınan ümumi nəticələrin Lebeq, qrənd Lebeq və aşağıdakə fəzalara tətbiqlərinə baxılmışdır.

5. $X = SL_{p,\lambda}(-\pi,\pi), (1 \le p < +\infty, 0 \le \lambda < 1)$ ***Marsinkeviç fəzası.*** $(-\pi.\pi)$ aralığında təyin edilmiş, Lebeq mənada ölçülən funksiyaların aşağıdakı normaya nəzərən Banax fəzasıdır

$$\|f\|_{p,\lambda} = \sup_{I\subset(-\pi,\pi)} \left(\frac{1}{|I|^{1-\lambda}} \int_I |f|^p dt\right)^{\frac{1}{p}},$$

burada $I \subset (-\pi,\pi)$ ixtiyari ölçülən altçoxluqdur. Tərif baxımından bu fəzalar $L_{p,\lambda}(\Omega)$ Morre fəzalarını xatırlatsalar da Morre fəzalarından fərqli olaraq Marsinkeviç fəzaları simmetrik fəzalardır. Belə ki, Morre fəzaları halında supremum yalnız $I = B \cap (-\pi,\pi)$, ($B \subset R$ istənilən intervaldır) intervalları üzrə, Marsinkeviç fəzalarında isə bütün ölçülən altçoxluları üzərində götürülür.

**6. Zəif tipli** $L_p^w(\Omega), 1 \le p < \infty$ fəzaları. Aşağıdakı kimi təyin edilmiş funksional fəzalardır

$$L_p^w(\Omega) = \left\{ f \in \mathrm{F}(\Omega): \sup_{0<\lambda<+\infty} \lambda^p m_f(\lambda) < +\infty \right\}.$$

Burada $F(\Omega)$ ilə $\Omega$ da təyin edilmiş ölçülən funkiyalar çoxluğu işarə edilmişdir. Paralel olaraq aşağıdakı $M_r(\Omega), r > 1$ fəzaya baxaq

$$\|f\|_{M_r}=\sup_{E\subset\Omega}\frac{1}{|E|^{1-\frac{1}{r}}}\int_E|f|\,dx\,,$$

Burada sup bütün ölçülən $E\subset\Omega$ alt çoxluqları üzərində aparılır. Aşağıdakı lemma doğrudur

**Lemma.** İstənilən $r>1$ üçün $L_r^w(\Omega)$ *və* $M_r(\Omega)$ *fəzaları üst-üstə düşür, yəni* $L_r^w(\Omega)=M_r(\Omega), r>1$.

**7.** Tutaq ki, $\omega:[0;\infty)\to R_+$ sonsuz diferensiallanan, $t\ge 1$ olduqda sıfra, $t<1$ olduqda isə vahidə bərabər olan funksiyadır. Aşağıdakı qaydada təyin edilmiş kap (cap) funksiyalarına baxaq.

$$\omega_r(x)=cr^{-n}\omega\left(\frac{|x|^2}{r^2}\right).$$

Burada $c$ sabiti elə seçilir ki, $\int_{R^n}\omega_r(x)dx=1$ ödənilir

$\Omega:\overline{\Omega}\subset\mathbf{K}$ oblastında inteqrallanan $f$ funksiyası üçün

$$f_r(x)=(\omega_r*f)(x)=\int_\Omega\omega_r(x-y)f(y)dy$$

ortalayıcı funksiyalarına baxırıq.

**9.** $m$**-tərtibli elliptic operatorlar.** Tutaq ki,

$$L=\sum_{|p|\le m}a_p(x)\partial^p$$

$m$-tərtibli elliptic operatordur. Burada $p=(p_1,p_2,...,p_n)$, $p_k\in Z_+$, $\forall k=\overline{1,n}$, $a_p(.)\in L_\infty(\Omega)$ isə həqiqi qiymətli funksiyalardır.

Əmsalları $a_p^0$ sabitləri olan $L_0$ elliptic operatoruna baxaq

$$L_0=\sum_{|p|=m}a_p^0\partial^p\,.$$

$Lu=f$ tənliyinin həlli dedikdə güclü həll, yəni müvafiq fəzaya aid olan, demək olar hər yerdə $Lu=f$ tənliyini ödəyən $u$ funksiyası nəzərdə tutulur. $J(x)$ ilə $L_0\varphi=0$ tənliyinin funtamental həlli başa düşülür.

Aşağıdakı klassik nəticədən əsaslı şəkildə istifadə edilir [1].

**Theorem.** $m$-tərtibli sabit əmsallı istənilən $L_0$ elliptic operatoru üçün aşağıdakı xassələrə malik olan $J(x)$ funksiyası qurula bilər:

i) $n$ tək ədəd, yaxud cüt və $n>m$ olarsa, onda

$$J(x)=\frac{\omega(x)}{|x|^{n-m}},$$

Burada $\omega(x)$ sıfır tərtibli bircins funksiyadır (yəni $\omega(tx)=\omega(x),\ \forall t>0$).

$n$ tək və $n\le m$ olarsa, onda $J(x)=q(x)\log|x|+\dfrac{\omega(x)}{|x|^{n-m}}$,

Burada $q$ $m-n$ tərtibli bircins çoxhədlidir

ii) $J(x)$ funksiyası ümumiləşmiş mənada

$$L_0J(x)=\delta(x),$$

tənliyini ödəyir. Burada $\delta$- Dirac funksiyasıdır, yəni istənilən kompakt daşıyıcılı sonsuz differensiallanan $\varphi(.)$ funksiyası üçün aşağıdakı bərabərlik ödənir

$$\varphi(x)=\int[L_0\varphi(y)]J(x-y)dy=L_0\int\varphi(y)J(x-y)dy\,.$$

10. İstənilən $x_0 \in \Omega$ nöqtəsi üçün aşağıdakı “tangential operator”a baxırıq

$$L_{x_0} = \sum_{|p|=m} a_p(x_0)\partial^p,$$

$J_{x_0}(.)$ ilə $L_{x_0}\varphi = 0$ tənliyinin yuxarıdakı teoremə uyğun fundamental həllərini işarə edilir. $J_{x_0}$ funksiyası $L\varphi = 0$ tənliyinin $x_0$ nöqtəsində sinqulyarlığı olan parametriksi adlanır. Tutaq ki,

$$(S_{x_0}\varphi)(x) = \psi(x) = \int J_{x_0}(x-y)\varphi(y)dy,$$

və

$$T_{x_0} = S_{x_0}(L_{x_0} - L).$$

İstənilən sonsuz diferensiallanan compact daşıyıcısı olan $\varphi$ funksiyası üçün aşağıdakı ödənir

$$S_{x_0}L_{x_0} = L_{x_0}S_{x_0} = I, \text{ i.e } S_{x_0}L_{x_0}\varphi = L_{x_0}S_{x_0}\varphi = \varphi,$$

(bax [1]).

**11.** $Lu = f$, tənliyinin həllinin varlığının təsbit edilməsində aşağıdakı lemma müstəsna rol oynayır:

**Lemma.** (bax, [1]) $\varphi$ compact daşıyıcısı olan funksiyasıdırsa, onda

$$\varphi = T_{x_0}\varphi + S_{x_0}L\varphi,$$

və əgər

$$\varphi = T_{x_0}\varphi + S_{x_0}f,$$

doğrudursa, onda

$$L\varphi = f.$$

Lemmanın tətbiqi $T_{x_0}$ operatorunun məhdudluğuna əsaslanır. Qeyd edək ki, lemmanın istıfadə edildiyi bütün hallarda bu şərt ödənir. Bu aşağıda ifadə edilən “Əsas Lemma”dan nəticə kimi alınır.

**Tərif.** $L$ operatorunun əmsalları aşağıdakı şərti ödəyirsə söyəlyirik ki, $L$ operatoru $P_{x_0})$ xassəsinə malikdir: i) $a_p \in L_\infty(B_r(x_0)), |p| \le m,$ müəyyən bir $r > 0$; *ii*) $\exists r > 0$: $|p| = m$ üçün $a_p(.)$ əmsalları $B_r(x_0)$ kürəsində müəyyən bir məhdud və $x_0$ nöqtəsində kəsilməz funksiya ilə üst-üstə düşür.

$P_{x_0})$ xassəsi ödənildikdə $T_{x_0}$ operatoru üçün şağıdakı lemma doğrudur.

**Əsas Lemma.** *$X$ $\Omega \subset R^n$ oblastında təyin edilmiş, Boyd əmsalları $\alpha_X, \beta_X \in (0;1)$ şərtini ödəyən simmetrik Banax funksional fəzadır və $L$ $m$-tərtibli, $x_0$ nöqtəsində $P_{x_0})$ xassəsinə malik olan elliptik operatordur. Tutaq ki, $\varphi \in W^m_{X_s}(B_r(x_0))$və $\varphi$ $|x - x_0| = r_0$ sferasının müəyyən bir ətrafında sıfra bərabərdir. Onda*

$$\|T_{x_0}\varphi\|_{W^m_X(B_r(x_0))} \le \sigma(r)\|\varphi\|_{W^m_X(B_r(x_0))},$$

*Burada $\sigma(r) \to 0, r \to 0$, və o, yalnız $L$ operatorunun əmsallarından və kəsilməzlik modulundan asılıdır.*

## Ədəbiyyat


1. Bilalov B.T., Sadigova S.R. Interior Schauder-type estimates for higher-order elliptic operators in grand-Sobolev spaces. Sahand Communications in Mathematical Analysis 2021; 1(2): 129-148.
2. L. Bers, F. John and M. Schechter, Partial differential equations, Moscow, Mir, 1966. (in Russian).

| | |
|---|---|
| | 3. Eminaga M. Mamedov, Sheyma Chetin. Interior Schauder-type estimates for m-th order elliptic operators in rearrangement-invariant Sobolev spaces, Turk J Math., 48(4), 2024, 793-816. |
| **2** | Layihənin həyata keçirilməsi üzrə planda nəzərdə tutulmuş işlərin yerinə yetirilmə dərəcəsi (cari rüb üçün, faizlə qiymətləndirməli) |
| | *(burada doldurmalı)*<br>100% |
| **3** | Hesabat dövründə alınmış **elmi nəticələr**, onların yenilik dərəcəsi |

*(burada doldurmalı)*

Alınmış bəzi nəticələr aşağıdakılardan ibarətdir.

**Teorem 1.** $\Omega$ *oblastında təyin edilmiş* $X(\Omega)$ *fəzası Boyd əmsalları* $\alpha_X, \beta_X \in (0;1)$ *şərtini ödəyən simmetrik Banax funksional fəzadır. Fərz edək ki, "Əsas Lemma"nın bütün şərtləri ödənir və* $\varphi \in \overset{0}{W}{}^m_{X_s}(B_r(a)), (a \in \Omega)$ *. Onda*

$$\|T_{x_0}\varphi\|_{W^m_X(B_r(a))} \le \sigma(r)\|\varphi\|_{W^m_X(B_r(a))},$$

*Burada* $\sigma(r) \to 0,\ r \to 0$, *və o, yalnız* $L$ *operatorunun əmsallarından və kəsilməzlik modulundan asılıdır.*

**Teorem 2.** $\Omega$ *oblastında təyin edilmiş* $X(\Omega)$ *fəzası Boyd əmsalları* $\alpha_X, \beta_X \in (0;1)$ *şərtini ödəyən simmetrik Banax funksional fəzadır,* $\Omega$ *oblastı* $W^m_{X_s}(\Omega)$ *fəzasınından olan funksiyaların* $W^m_{X_s}(\Omega')\ (\overline{\Omega} \subset \Omega')$ *genişlənməsinə imkan verir və "Əsas Lemma"nın bütün şərtləri ödənir. Onda* $T_{x_0} \in [W^m_{x_s}(\Omega)],\ (\forall x_0 \in \Omega)$.

*Xüsusi halda, Teoeremin şərtləri daxilində* $T_{x_0} \in [\overset{0}{W}{}^m_{x_s}(\Omega)],\ (\forall x_0 \in \Omega)$.

**Teorem 3.** $\Omega$ *oblastında təyin edilmiş* $X(\Omega)$ *fəzası Boyd əmsalları* $\alpha_X, \beta_X \in (0;1)$ *şərtini ödəyən simmetrik Banax funksional fəzadır,* $L$ *isə* $m-$*tərtibli, əmsalları*

$$\exists R_2 : a_p(.) \in C\left(\overline{B(R_2)}\right), \forall p : |p| = m;\ a_p(.) \in L_\infty(B(R_2)), \forall p : |p| < m.$$

*şərtini ödəyən elliptik operatordur. Onda yalnız* $R_2$*-dən və* $L$ *operatorunun əmsallarından asılı olan elə* $C = (R_2, L) > 0$ *sabiti var ki,* $\forall u \in WX^m_s(R_2)$ *üçün aşağıdakı qiymətlənmə doğrudur*

$$\|u\|_{W^m_{X_s}(R_1)} \le C\left(1 - \frac{R_1}{R_2}\right)^{-m}\left(\|Lu\|_{X(R_2)} + \|u\|_{W^{m-1}_{X_s}(R_2)}\right), \forall R_1 : 0 < R_1 < R_2.$$

**Teorem 4.** $\Omega$ *oblastında təyin edilmiş* $X(\Omega)$ *fəzası Boyd əmsalları* $\alpha_X, \beta_X \in (0;1)$ *şərtini ödəyən simmetrik Banax funksional fəzadır. Onda yalnız n-dən asılı olan elə* $\exists C > 0$ *və* $\exists \delta > 0$*, ədədi var ki,* $\forall k = \overline{1, m-1}$, $\forall \varepsilon : 0 < \varepsilon < \delta$, *bütün müstəviyə sıfırla davam etdirilə bilən istənilən* $\forall u \in W^m_{X_s}(\Omega)$ $\left(\overset{0}{W}{}^m_{X_s}(\Omega)\right)$ *üçün*

$$\|u\|_{W^k_{X_s}(\Omega)} \le \varepsilon\|u\|_{W^{k+1}_{X_s}(\Omega)} + C\varepsilon^{-k}\|u\|_{X(\Omega)},$$

*doğrudur.*

**Teorem 5.** $\Omega_1 : \overline{\Omega} \subset \Omega_1$ *oblastina nəzərən c) xassəsinə malik olan,* $\Omega \subset R^n$ *oblastında təyin edilmiş* $X(\Omega)$ *Boyd əmsalları* $\alpha_X, \beta_X \in (0;1)$ *şərtini ödəyən simmetrik Banax funksional fəzadır. Onda*

*i )Yalnız* $n$*-dən və Teorem 3 və Teorem 4-dəki sabitlərdən asılı olan elə* $\exists C > 0$ *sabiti və* $\exists \delta > 0$, $\forall k = \overline{1, m-1}$ *var ki,* $\forall \varepsilon : 0 < \varepsilon < \delta$, $\forall u \in WX^m_s(\Omega)$ *üçün*

$$\|u\|_{W^k_{X_s}(\Omega)} \le \varepsilon \|u\|_{WX^{k+1}_s(\Omega_1)} + C\varepsilon^{-k}\|u\|_{X(\Omega_1)}.$$

*bərabərsizliyi ödənir.*

*ii) Əgər* $\Omega_0 : \overline{\Omega_0} \subset \Omega$ *olarsa, onda aşağıdakı münasibət doğrudur*

$$\|u\|_{W^k_{X_s}(\Omega_0)} \le \varepsilon \|u\|_{W^{k+1}_{X_s}(\Omega)} + C\varepsilon^{-k}\|u\|_{X(\Omega_1)}.$$

Aşağıdakı əsas teorem isbat edilmişdir

**Theorem 6 (Əsas teorem).** $\Omega$ *məhdud oblastında təyin edilmiş* $X(\Omega)$ *fəzası Boyd əmsalları* $\alpha_X, \beta_X \in (0;1)$ *şərtini ödəyən simmetrik Banax funksional fəzadır,* $\Omega_0 : \overline{\Omega_0} \subset \Omega$ *and* $m$*-tərtibli* $L$ *operatorunun əmsalları aşağıdakı şərtlərə malikdir:*

$i)\, a_p(.) \in C(\overline{\Omega}), \forall p : |p| = m;$

$ii)\, a_p(.) \in L_\infty(\Omega), \forall p : |p| < m$

*Onda* $\forall u \in W^m_{X_s}(\Omega)$ *funksiyası üçün aşağıdakı aprior qiymətlənmə doğrudur*

$$\|u\|_{WX^m_s(\Omega_0)} \le C\left(\|Lu\|_{X(\Omega)} + \|u\|_{X(\Omega)}\right).$$

Sonda, alınmış əsas teoremin bəzi konkret fəzalara tətbiqinə baxılmışdır.

Klassik Lebeq fəzalarında aşağıdakı doğrudur

**Teorem 7.** $\Omega \subset R^n$*- məhdud oblastdır. Tuatq ki,* $\Omega_0 : \overline{\Omega_0} \subset \Omega$*. Onda istənilən* $\forall u \in W^m_p(\Omega)$*, funksiyası üçün aşağıdakı aprior qiymətlənmə doğrudur*

$$\|u\|_{W^m_p(\Omega_0)} \le C\left(\|Lu\|_{L_p(\Omega)} + \|u\|_{L_p(\Omega)}\right).$$

*Burada* $C$ *sabiti yalnız* $\Omega, \Omega_0$ *oblastlarından, və* $L$ *operatorundan asılıdır.*

Qrənd Lebeq fəzaları üçün aşağıdakı alınır.

**Teorem 8.** $\Omega \subset R^n$*- məhdud oblastdır. Tutaq ki,* $\Omega_0 : \overline{\Omega_0} \subset \Omega$*. Onda istənilən* $\forall u \in W^m_{p)}(\Omega)$ *funksiyası üçün aşağıdakı aprior qiymətlənmə doğrudur*

$$\|u\|_{W^m_{p)_s}(\Omega_0)} \le C\left(\|Lu\|_{p)(\Omega)} + \|u\|_{p)(\Omega)}\right),$$

*Burada* $C$ *sabiti yalnız* $\Omega, \Omega_0$ *oblastlarından və* $L$ *operatorundan asılıdır.*

Marsinkevis fəzalarına tətbiq etdikdə isə aşağıdakı aprior qiymətlənməni alırıq.

**Teorem 9.** *Tutaq ki,* $\Omega \subset (-\pi, \pi) \subset R^1$ *və* $\Omega_0 \subset \Omega$ *istənilən kompaktdır. Onda istənilən* $\forall u \in W^m_{X_s}(\Omega)$*, (burada* $X = SL_{p,\lambda}(\Omega)$*) funksiyası üçün aşağıdakı aprior qiymətlənmə doğrudur*

$$\|u\|_{W^m_{X_s}(\Omega)} \le C\left(\|Lu\|_{SL_{p,\lambda}(\Omega)} + \|u\|_{SL_{p,\lambda}(\Omega)}\right).$$

*Burada* $C$ *sabiti yalnız* $\Omega, \Omega_0$ *oblastlarından, və* $L$ *operatorundan asılıdır.*

**Theorem 10.** *Tutaq ki,* $\Omega \subset R^n$*- məhdud oblastdır və* $\Omega_0 \subset \Omega$ *istənilən kompaktdır. Onda* $\forall u \in W^m_{X_s}(\Omega)$*,* $X = L^w_{\frac{1}{1-\lambda}}(\Omega), 0 < \lambda < 1$*, funksiyası üçün aşağıdakı qiymətlənmə doğrudur*

$$\|u\|_{W^m_{X_s}(\Omega_0)} \le C\left(\|Lu\|_{L^w_{\frac{1}{1-\lambda}}(\Omega)} + \|u\|_{L^w_{\frac{1}{1-\lambda}}(\Omega)}\right)$$

*Burada* $C$ *sabiti yalnız* $\Omega, \Omega_0$ *oblastlarından, və* $L$ *operatorundan asılıdır.*

| | |
|---|---|
| | |
| **4** | Layihənin yerinə yetirilməsi zamanı istifadə olunan üsul və yanaşmalar |
| | *(burada doldurmalı)*<br>funksiyalar nəzəriyyəsi, harmonik analiz, funksional analiz və diferensial tənliklər nəzəriyyəsinin üsulları |
| **5** | Layihə üzrə elmi nəşrlər (məqalələr, monoqrafiyalar, icmallar, konfrans materialları, tezislər) (dərc olunmuş, çapa qəbul olunmuş və çapa göndərilmişləri ayrılıqda qeyd etməklə) *(surətlərini əlavə etməli!)* |
| | *(burada doldurmalı)*<br><br>Çap olunmuşlar<br><br>**1. Mamedov E.M.,** Nasibova N.P., Y.Sezer. Some remarks on integral operators in Banach function spaces and representation theorems in Banach-Sobolev spaces. Azer. Journ. of Math. 2024, v. 14, N2. 189-204. https://azjm.org/volumes/1402/pdf/1402-14.pdf<br>**2. Mamedov E.M.,** Y. Sezer. Some remark on Laplace equation in grand Lebesgue-Hardy classes .... Modern problems of Mathematics and Mechanics. XI International Conference dedicated to the memory of the genius Azerbaijani scientist and thinker NASIREDDIN TUSI. July 03-06, 2024, p.341-343ç https://mpmm.imm.az/abstract-2024.pdf#viewer.action=download<br>3._Z.C. Zabidov , Kh.M. Gadirova, **A.I. Mirzebalayeva**, Assessment of vegetation cover of territories using various indices. Modern problems of Mathematics and Mechanics. XI International Conference dedicated to the memory of the genius Azerbaijani scientist and thinker NASIREDDIN TUSI. July 03-06, 2024, p.80ç https://mpmm.imm.az/abstract-2024.pdf#viewer.action=download<br><br>Çapa qəbul olunmuşlar<br><br>4. **E.M. Mamedov**, S. Cetin. Interior Schauder-type estimates for m-th order elliptic operators in rearrangement-invariant Sobolev spaces, Turk J Math., 48(4), 2024, 793-816.<br>**5.** Bilalov B.T., **Mamedov E.M.,** Y. Sezer, N. Nasibova. Compactness in Banach function spaces. Poincare and Friedrichs inequalities. Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo Series 2. 2024<br><br>Çapa göndərilmişlər<br><br>6. Bilal T. Bilalov, **Eminaga M.Mamedov**, Yonca Sezer. On the noetherness of oblique boundary value problem for Laplace equation. Potential Analysis (submitted) |
| **6** | İxtira və patentlər, səmərələşdirici təkliflər |
| | *(burada doldurmalı)*<br>Yoxdur |
| **7** | Layihə üzrə ezamiyyətlər |
| | *(burada doldurmalı)*<br>Olmayıb |
| **8** | Layihə üzrə elmi ekspedisiyalarda iştirak |
| | *(burada doldurmalı)*<br>Olmayıb |
| **9** | Layihə üzrə digər tədbirlərdə iştirak |
| | *(burada doldurmalı)* |

| | |
|---|---|
| **10** | Layihə mövzusu üzrə elmi məruzələr (seminarlar, konfranslar, dəyirmi masalar və s. çıxışlar) |
| | *(burada doldurmalı)*<br>RMİ-nin “Qeyri-harmonik şöbəsi”nin seminarlarında mütəmadi müzakirələr aparılmışdır |
| **11** | Layihə üzrə əldə olunmuş cihaz, avadanlıq və qurğular, mal və materiallar |
| | *(burada doldurmalı)*<br>Yoxdur |
| **12** | Yerli həmkarlarla əlaqələr |
| | *(burada doldurmalı)*<br>Qeyri-harmonik analiz şöbəsinin müdüri, prof. B.Bilalovla və adı çəkilən seminarın digər iştirakçıları ilə, o cümlədən, layihənin iştirakçıları ilə davamlı müzakirələr aparılmışdır. |
| **13** | Xarici həmkarlarla əlaqələr |
| | İstanbul Texnik universitetinin əməkdaşlarından Şeyma Çetin, Yonca Sezer ilə mütəmadi müzakirələr aparılmışdır |
| **14** | Layihə mövzusu üzrə kadr hazırlığı |
| | *(burada doldurmalı)* Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun “Diferensial tənliklər” şöbəsinin böyük laborantı və əyani doktorantı Fərhadova Yetər, "Qeyri-harmonik analiz" şöbəsinin əyani doktorantı Haqverdi Tural, "Qeyri-harmonik analiz" şöbəsinin kiçik elmi işçisi Mirzəbalayeva Əsmər ilə layihənin mövzusuna uyğun müzakirələr aparılmışdır |
| **15** | Sərgilərdə iştirak |
| | *(burada doldurmalı)*<br>Olmayıb |
| **16** | Təcrübəartırmada iştirak və təcrübə mübadiləsi |
| | *(burada doldurmalı)*<br>Yoxdur |
| **17** | Layihə mövzusu ilə bağlı elmi-kütləvi nəşrlər, kütləvi informasiya vasitələrində çıxışlar, yeni yaradılmış internet səhifələri və s. |
| | *(burada doldurmalı)*<br>Olmayıb |

**Layihə rəhbərinin imzası __________________ Məmmədov Eminağa Mirzağa oğlu**

**Tarix __________________**

QEYD: bütün hallarda uyğun olan bəndlər doldurulmalıdır.